Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 95,\ s = 10,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 20,\ \bar{x} = 253{,}1,\ s = 4{,}4,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 87,\ s = 1{,}1,\ t_{29;\,0{,}975} = 2{,}045$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 46 bzw. 38; Nichtsportler: 8 bzw. 36 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2,\ b = 0,\ c = 6,\ d = 3$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 39; 42; 29; 49; 26; 13; Gruppe 2: 14; 11; 22; 41; 38; 17. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 84; 90; 81; 59; 88; 71; 56; 75; 77; nachher: 83; 81; 88; 48; 83; 69; 69; 79; 67. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 6;\ R_1 = 28,\ R_2 = 84,\ R_3 = 98$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 30; 9; 8; 36; 6; y: 79; 12; 52; 80; 21 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{95-100}{10/3} = -1{,}5;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \frac{253{,}1-250}{4{,}4/\sqrt{20}} \approx 3{,}15;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{1{,}1}{\sqrt{30}} \approx 0{,}2008;\ 87 \pm 2{,}045 \cdot 0{,}2008:\ [86{,}59;\ 87{,}41]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{128 \cdot (46 \cdot 36 - 38 \cdot 8)^2}{84 \cdot 44 \cdot 54 \cdot 74} \approx 15{,}84 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{2}{2}\binom{9}{6}}{\binom{11}{8}} = \frac{1 \cdot 84}{165} \approx 0{,}5091$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 6; 7; 9; 11; 12; $R_1 = 47$; $U_1 = 47 - 21 = 26$, $U_2 = 10$; $U = 10$; $U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 1; 9; –7; 11; 5; 2; –13; –4; 10; $W^+ = 28$, $W^- = 17$; $W = 17$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 20;\ H = \frac{12}{20 \cdot 21}\left(\frac{28^2}{7} + \frac{84^2}{7} + \frac{98^2}{6}\right) - 3 \cdot 21 \approx 14{,}73$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 3; 2; 5; 1; y: 4; 1; 3; 5; 2; $\sum d^2 = 6;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 6}{120} \approx 0{,}7$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0