Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 261{,}5,\ s = 3,\ H_0: \mu = 260$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 12,\ \bar{x} = 271{,}1,\ s = 17{,}6,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 79{,}3,\ s = 2{,}7,\ t_{11;\,0{,}975} = 2{,}201$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 25 bzw. 46; Placebo: 56 bzw. 65 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 3,\ c = 2,\ d = 2$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 32; 35; 20; 18; 30; Gruppe 2: 27; 11; 26; 47. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 73; 70; 62; 58; 47; 59; 85; nachher: 83; 83; 60; 49; 33; 53; 74. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 52,\ R_2 = 82,\ R_3 = 37$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 25; 19; 12; 28; 2; 23; 7; y: 69; 63; 25; 97; 12; 58; 40 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{261{,}5 - 260}{3/\sqrt{12}} \approx 1{,}73;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{271{,}1 - 250}{17{,}6/\sqrt{12}} \approx 4{,}15;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}7}{\sqrt{12}} \approx 0{,}7794;\ 79{,}3 \pm 2{,}201 \cdot 0{,}7794 :\ [77{,}58;\ 81{,}02]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{192 \cdot (25 \cdot 65 - 46 \cdot 56)^2}{71 \cdot 121 \cdot 81 \cdot 111} \approx 2{,}25 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{7}\binom{4}{2}}{\binom{14}{9}} = \dfrac{120 \cdot 6}{2002} \approx 0{,}3596$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 6; 7; 8; $R_1 = 26$; $U_1 = 26 - 15 = 11$, $U_2 = 9$; $U = 9$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –10; –13; 2; 9; 14; 6; 11; $W^+ = 18$, $W^- = 10$; $W = 10$; $W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \dfrac{12}{18 \cdot 19}\left(\dfrac{52^2}{7} + \dfrac{82^2}{7} + \dfrac{37^2}{4}\right) - 3 \cdot 19 \approx 2{,}27$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 6; 4; 3; 7; 1; 5; 2; y: 6; 5; 2; 7; 1; 4; 3; $\sum d^2 = 4;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 4}{336} \approx 0{,}929$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0