Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 60{,}4,\ s = 1{,}8,\ H_0: \mu = 60$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 86; 83; 86; 76; 76. $H_0: \mu = 84$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 11,\ \bar{x} = 39{,}3,\ s = 2{,}3,\ t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 55 bzw. 36; Kurs B: 15 bzw. 14 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 1,\ c = 5,\ d = 2$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 50; 19; 23; 38; Gruppe 2: 15; 25; 33; 18; 36. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 41; 75; 73; 65; 74; 57; 54; nachher: 26; 65; 75; 78; 70; 58; 59. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 6,\ n_3 = 4;\ R_1 = 64,\ R_2 = 44,\ R_3 = 45.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 28; 9; 34; 29; 32; 4; 22; 5; y: 31; 21; 84; 52; 77; 18; 33; 72 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{60{,}4 - 60}{1{,}8/5} \approx 1{,}11;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 81{,}4,\ s \approx 5{,}079,\ t \approx -1{,}14;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}3}{\sqrt{11}} \approx 0{,}6935;\ 39{,}3 \pm 2{,}228 \cdot 0{,}6935:\ [37{,}75;\ 40{,}85]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{120 \cdot (55 \cdot 14 - 36 \cdot 15)^2}{91 \cdot 29 \cdot 70 \cdot 50} \approx 0{,}69 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{9}{8}\binom{7}{5}}{\binom{16}{13}} = \frac{9 \cdot 21}{560} \approx 0{,}3375$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 4; 8; 9; 10; $R_1 = 34;\ U_1 = 34 - 15 = 19,\ U_2 = 6;\ U = 6;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 15; 10; –2; –13; 4; –1; –5; $W^+ = 15,\ W^- = 13;\ W = 13;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \frac{12}{17 \cdot 18}\left(\frac{64^2}{7} + \frac{44^2}{6} + \frac{45^2}{4}\right) - 3 \cdot 18 \approx 1{,}45$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 3; 8; 6; 7; 1; 4; 2; y: 3; 2; 8; 5; 7; 1; 4; 6; $\sum d^2 = 22;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 22}{504} \approx 0{,}738$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0