Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 85; 83; 82; 78; 82; 78. H_0: μ = 78 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) Daten: 88; 81; 86; 90; 86; 93. H_0: μ = 85 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 29$, $\bar{x} = 24{,}9$, $s = 5{,}9$, $t_{28;\,0{,}975} = 2{,}048$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 40 bzw. 10; Nichtsportler: 14 bzw. 45 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 5$, $b = 6$, $c = 1$, $d = 5$. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 68; 64; 30; 51; 36; Gruppe 2: 23; 43; 12; 46; 14. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 79; 85; 64; 56; 78; 63; 45; 88; 52; 54; nachher: 72; 81; 65; 54; 66; 50; 31; 73; 47; 45. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 5,\ n_3 = 5;\ R_1 = 31,\ R_2 = 35,\ R_3 = 54$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 35; 20; 32; 24; 3; 10; 4; 37; y: 35; 22; 21; 19; 77; 67; 68; 10 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 81{,}333;\ s \approx 2{,}805;\ t \approx 2{,}91;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $\bar{x} \approx 87{,}333;\ s \approx 4{,}082;\ t \approx 1{,}4;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5{,}9}{\sqrt{29}} \approx 1{,}0956;\ 24{,}9 \pm 2{,}048 \cdot 1{,}0956 :\ [22{,}66;\ 27{,}14]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{109 \cdot (40 \cdot 45 - 10 \cdot 14)^2}{50 \cdot 59 \cdot 54 \cdot 55} \approx 34{,}28 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{11}{5}\binom{6}{1}}{\binom{17}{6}} = \frac{462 \cdot 6}{12376} \approx 0{,}224$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 8; 9; 10; $R_1 = 36;\ U_1 = 36 - 15 = 21,\ U_2 = 4;\ U = 4;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 7; 4; –1; 2; 12; 13; 14; 15; 5; 9; $W^+ = 54,\ W^- = 1;\ W = 1;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \frac{12}{15 \cdot 16}\left(\frac{31^2}{5} + \frac{35^2}{5} + \frac{54^2}{5}\right) - 3 \cdot 16 \approx 3{,}02$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 7; 4; 6; 5; 1; 3; 2; 8; y: 5; 4; 3; 2; 8; 6; 7; 1; $\sum d^2 = 154;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 154}{504} \approx -0{,}833$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0