Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 101{,}8,\ s = 3{,}6,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 36,\ \bar{x} = 257{,}6,\ s = 8{,}4,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 22,\ \bar{x} = 66{,}2,\ s = 6{,}4,\ t_{21;\,0{,}975} = 2{,}08$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 50 bzw. 42; Nichtsportler: 60 bzw. 9 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 6,\ c = 5,\ d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 35; 40; 31; 33; 27; 46; Gruppe 2: 16; 19; 12; 17. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 84; 83; 54; 88; 50; 76; nachher: 83; 73; 41; 77; 43; 71. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6;\ R_1 = 41,\ R_2 = 38,\ R_3 = 74.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 8; 11; 39; 28; 17; y: 41; 65; 35; 37; 39 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{101{,}8 - 100}{3{,}6/\sqrt{20}} \approx 2{,}24;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{257{,}6 - 250}{8{,}4/6} \approx 5{,}43;\ t_{35;\,0{,}975} \approx 2{,}03 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{6{,}4}{\sqrt{22}} \approx 1{,}3645;\ 66{,}2 \pm 2{,}08 \cdot 1{,}3645:\ [63{,}36;\ 69{,}04]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{161 \cdot (50 \cdot 9 - 42 \cdot 60)^2}{92 \cdot 69 \cdot 110 \cdot 51} \approx 19{,}37 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{12}{6}\binom{6}{5}}{\binom{18}{11}} = \dfrac{924 \cdot 6}{31824} \approx 0{,}1742$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 45$; $U_1 = 45 - 21 = 24$, $U_2 = 0$; $U = 0$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 1; 10; 13; 11; 7; 5; $W^+ = 21$, $W^- = 0$; $W = 0$; $W_{krit} = 0 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{41^2}{7} + \dfrac{38^2}{4} + \dfrac{74^2}{6}\right) - 3 \cdot 18 \approx 5{,}37$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 2; 5; 4; 3; y: 4; 5; 1; 2; 3; $\sum d^2 = 38;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 38}{120} \approx -0{,}9$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0