Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 37{,}8,\ s = 9{,}8,\ H_0: \mu = 30$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 30,\ \bar{x} = 513{,}6,\ s = 17{,}2,\ H_0: \mu = 505$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 26,\ \bar{x} = 80{,}4,\ s = 1{,}3,\ t_{25;\,0{,}975} = 2{,}06$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 33 bzw. 46; Kurs B: 68 bzw. 27 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 0,\ c = 0,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 48; 32; 61; 29; 65; 62; Gruppe 2: 16; 27; 22; 18; 23. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 42; 42; 88; 54; 67; 47; 59; 70; nachher: 44; 41; 79; 44; 64; 43; 54; 58. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 31,\ R_2 = 76,\ R_3 = 64$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 11; 27; 21; 7; 39; 19; 15; 35; y: 13; 85; 81; 35; 98; 64; 41; 89 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{37{,}8 - 30}{9{,}8/\sqrt{30}} \approx 4{,}36;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{513{,}6 - 505}{17{,}2/\sqrt{30}} \approx 2{,}74;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}3}{\sqrt{26}} \approx 0{,}255;\ 80{,}4 \pm 2{,}06 \cdot 0{,}255:\ [79{,}87;\ 80{,}93]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{174 \cdot (33 \cdot 27 - 46 \cdot 68)^2}{79 \cdot 95 \cdot 101 \cdot 73} \approx 15{,}74 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{4}{4}\binom{6}{0}}{\binom{10}{4}} = \dfrac{1 \cdot 1}{210} \approx 0{,}0048$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 8; 9; 10; 11; $R_1 = 51$; $U_1 = 51 - 21 = 30$, $U_2 = 0$; $U = 0$; $U_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –2; 1; 9; 10; 3; 4; 5; 12; $W^+ = 34$, $W^- = 2$; $W = 2$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \dfrac{12}{18 \cdot 19}\left(\dfrac{31^2}{7} + \dfrac{76^2}{7} + \dfrac{64^2}{4}\right) - 3 \cdot 19 \approx 12{,}7$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 6; 5; 1; 8; 4; 3; 7; y: 1; 6; 5; 2; 8; 4; 3; 7; $\sum d^2 = 2;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 2}{504} \approx 0{,}976$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0