Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 23{,}3,\ s = 11{,}1,\ H_0: \mu = 30$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 20,\ \bar{x} = 496{,}1,\ s = 19{,}6,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 27,\ \bar{x} = 48{,}2,\ s = 1{,}2,\ t_{26;\,0{,}975} = 2{,}056$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 66 bzw. 45; Nichtsportler: 35 bzw. 54 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 1,\ b = 2,\ c = 6,\ d = 5$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 23; 46; 43; 34; Gruppe 2: 11; 36; 24; 44; 18; 12. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 56; 76; 50; 56; 70; 58; 75; 75; 85; 59; nachher: 52; 82; 41; 46; 84; 47; 73; 74; 97; 51. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 4;\ R_1 = 25,\ R_2 = 38,\ R_3 = 42.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 21; 3; 4; 15; 34; 5; 27; 37; y: 23; 87; 64; 77; 17; 70; 82; 39 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{23{,}3 - 30}{11{,}1/\sqrt{30}} \approx -3{,}31;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{496{,}1 - 500}{19{,}6/\sqrt{20}} \approx -0{,}89;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}2}{\sqrt{27}} \approx 0{,}2309;\ 48{,}2 \pm 2{,}056 \cdot 0{,}2309 :\ [47{,}73;\ 48{,}67]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{200 \cdot (66 \cdot 54 - 45 \cdot 35)^2}{111 \cdot 89 \cdot 101 \cdot 99} \approx 8{,}01 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{3}{1}\binom{11}{6}}{\binom{14}{7}} = \dfrac{3 \cdot 462}{3432} \approx 0{,}4038$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 6; 8; 10; $R_1 = 28;\ U_1 = 28 - 10 = 18,\ U_2 = 6;\ U = 6;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 4; –6; 9; 10; –14; 11; 2; 1; –12; 8; $W^+ = 32,\ W^- = 23;\ W = 23;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \dfrac{12}{14 \cdot 15}\left(\dfrac{25^2}{6} + \dfrac{38^2}{4} + \dfrac{42^2}{4}\right) - 3 \cdot 15 \approx 6{,}78$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 1; 2; 4; 7; 3; 6; 8; y: 2; 8; 4; 6; 1; 5; 7; 3; $\sum d^2 = 132;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 132}{504} \approx -0{,}571$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0