Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 531{,}6,\ s = 18,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 15,\ \bar{x} = 24{,}1,\ s = 9{,}9,\ H_0: \mu = 30$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 10,\ \bar{x} = 39{,}8,\ s = 1{,}4,\ t_{9;\,0{,}975} = 2{,}262$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 67 bzw. 24; Nichtsportler: 26 bzw. 64 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 2,\ c = 4,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 14; 10; 48; 35; Gruppe 2: 26; 13; 46; 38; 44; 27. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 72; 54; 77; 46; 41; 86; 62; 80; 79; 68; nachher: 60; 59; 92; 49; 48; 85; 68; 82; 75; 59. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 32,\ R_2 = 58,\ R_3 = 100.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 19; 21; 37; 16; 13; 24; 26; y: 84; 79; 29; 96; 85; 49; 71 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{531{,}6 - 510}{18/5} = 6;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{24{,}1 - 30}{9{,}9/\sqrt{15}} \approx -2{,}31;\ t_{14;\,0{,}975} \approx 2{,}145 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{1{,}4}{\sqrt{10}} \approx 0{,}4427;\ 39{,}8 \pm 2{,}262 \cdot 0{,}4427:\ [38{,}8;\ 40{,}8]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{181 \cdot (67 \cdot 64 - 24 \cdot 26)^2}{91 \cdot 90 \cdot 93 \cdot 88} \approx 36{,}25 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{5}{3}\binom{11}{4}}{\binom{16}{7}} = \frac{10 \cdot 330}{11440} \approx 0{,}2885$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 3; 6; 10; $R_1 = 20$; $U_1 = 20 - 10 = 10$, $U_2 = 14$; $U = 10$; $U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 12; –5; –15; –3; –7; 1; –6; –2; 4; 9; $W^+ = 22$, $W^- = 33$; $W = 22$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \frac{12}{19 \cdot 20}\left(\frac{32^2}{5} + \frac{58^2}{7} + \frac{100^2}{7}\right) - 3 \cdot 20 \approx 6{,}76$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 4; 7; 2; 1; 5; 6; y: 5; 4; 1; 7; 6; 2; 3; $\sum d^2 = 108;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 108}{336} \approx -0{,}929$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0