Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 48; 44; 46; 47; 46. H_0: μ = 49 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 30$, $\bar{x} = 503{,}9$, $s = 5{,}6$, H_0: μ = 500 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 8$, $\bar{x} = 56{,}8$, $s = 3{,}1$, $t_{7;\,0{,}975} = 2{,}365$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 12 bzw. 55; Nichtsportler: 37 bzw. 28 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3$, $b = 3$, $c = 2$, $d = 6$. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 19; 38; 21; 34; 25; Gruppe 2: 27; 44; 39; 28; 33. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 81; 87; 74; 47; 79; 71; 85; nachher: 67; 84; 68; 38; 84; 61; 70. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 17,\ R_2 = 75,\ R_3 = 98.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 19; 36; 9; 40; 18; 5; 11; 20; y: 56; 80; 87; 95; 49; 13; 48; 99 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 46{,}2,\ s \approx 1{,}483,\ t \approx -4{,}22;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{503{,}9 - 500}{5{,}6/\sqrt{30}} \approx 3{,}81;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{3{,}1}{\sqrt{8}} \approx 1{,}096;\ 56{,}8 \pm 2{,}365 \cdot 1{,}096 :\ [54{,}21;\ 59{,}39]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{132 \cdot (12 \cdot 28 - 55 \cdot 37)^2}{67 \cdot 65 \cdot 49 \cdot 83} \approx 21{,}51 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{6}{3}\binom{8}{2}}{\binom{14}{5}} = \dfrac{20 \cdot 28}{2002} \approx 0{,}2797$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 3; 7; 8; $R_1 = 21;\ U_1 = 21 - 15 = 6,\ U_2 = 19;\ U = 6;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 14; 3; 6; 9; –5; 10; 15; $W^+ = 26,\ W^- = 2;\ W = 2;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \dfrac{12}{19 \cdot 20}\left(\dfrac{17^2}{5} + \dfrac{75^2}{7} + \dfrac{98^2}{7}\right) - 3 \cdot 20 \approx 10{,}53$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 7; 2; 8; 4; 1; 3; 6; y: 4; 5; 6; 7; 3; 1; 2; 8; $\sum d^2 = 28;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 28}{504} \approx 0{,}667$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0