Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 507,\ s = 7,\ H_0: \mu = 500$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 9,\ \bar{x} = 53{,}3,\ s = 3{,}4,\ H_0: \mu = 55$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 26,\ \bar{x} = 79{,}4,\ s = 5{,}6,\ t_{25;\,0{,}975} = 2{,}06$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 62 bzw. 22; Nichtsportler: 53 bzw. 27 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 2,\ b = 4,\ c = 0,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 46; 37; 30; 49; 41; 27; Gruppe 2: 38; 35; 31; 13. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 67; 59; 45; 56; 86; 73; 52; 44; 50; nachher: 59; 56; 34; 60; 73; 80; 46; 54; 38. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 5,\ n_3 = 6;\ R_1 = 44,\ R_2 = 58,\ R_3 = 69$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 6; 35; 30; 23; 39; y: 43; 27; 36; 40; 24 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{507-500}{7/3} = 3;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{53{,}3-55}{3{,}4/3} = -1{,}5;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{5{,}6}{\sqrt{26}} \approx 1{,}0983;\ 79{,}4 \pm 2{,}06 \cdot 1{,}0983:\ [77{,}14;\ 81{,}66]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{164 \cdot (62 \cdot 27 - 22 \cdot 53)^2}{84 \cdot 80 \cdot 115 \cdot 49} \approx 1{,}12 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{6}{2}\binom{6}{0}}{\binom{12}{2}} = \frac{15 \cdot 1}{66} \approx 0{,}2273$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 3; 6; 8; 9; 10; $R_1 = 38;\ U_1 = 38 - 21 = 17,\ U_2 = 7;\ U = 7;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 8; 3; 11; –4; 13; –7; 6; –10; 12; $W^+ = 33,\ W^- = 12;\ W = 12;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \frac{12}{18 \cdot 19}\left(\frac{44^2}{7} + \frac{58^2}{5} + \frac{69^2}{6}\right) - 3 \cdot 19 \approx 4{,}15$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 4; 3; 2; 5; y: 5; 2; 3; 4; 1; $\sum d^2 = 40;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 40}{120} \approx -1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0