Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 251{,}5,\ s = 11{,}6,\ H_0: \mu = 255$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 17; 22; 21; 26; 16. $H_0: \mu = 18$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 11,\ \bar{x} = 20{,}4,\ s = 2{,}6,\ t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 29 bzw. 15; Kurs B: 9 bzw. 15 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 4,\ c = 0,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 53; 49; 47; 71; 59; Gruppe 2: 19; 39; 41; 46; 28. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 58; 69; 89; 83; 75; 45; 72; nachher: 50; 57; 93; 93; 61; 42; 85. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 6,\ n_3 = 5;\ R_1 = 19,\ R_2 = 47,\ R_3 = 70$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 10; 27; 26; 21; 23; 24; 22; 18; y: 21; 94; 77; 24; 29; 48; 64; 20 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{251{,}5 - 255}{11{,}6/5} \approx -1{,}51;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 20{,}4,\ s \approx 4{,}037,\ t \approx 1{,}33;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{2{,}6}{\sqrt{11}} \approx 0{,}7839;\ 20{,}4 \pm 2{,}228 \cdot 0{,}7839 :\ [18{,}65;\ 22{,}15]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{68 \cdot (29 \cdot 15 - 15 \cdot 9)^2}{44 \cdot 24 \cdot 38 \cdot 30} \approx 5{,}08 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{10}{6}\binom{8}{0}}{\binom{18}{6}} = \frac{210 \cdot 1}{18564} \approx 0{,}0113$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 40;\ U_1 = 40 - 15 = 25,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 8; 12; –4; –10; 14; 3; –13; $W^+ = 16,\ W^- = 12;\ W = 12;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{19^2}{5} + \frac{47^2}{6} + \frac{70^2}{5}\right) - 3 \cdot 17 \approx 11{,}66$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 8; 7; 3; 5; 6; 4; 2; y: 2; 8; 7; 3; 4; 5; 6; 1; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 8}{504} \approx 0{,}905$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0