Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 14; 10; 15; 9; 16; 17. H_0: μ = 12 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) $n = 20$, $\bar{x} = 47{,}4$, $s = 3{,}7$, H_0: μ = 50 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 25$, $\bar{x} = 87{,}2$, $s = 2{,}8$, $t_{24;\,0{,}975} = 2{,}064$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 34 bzw. 34; Jungen: 30 bzw. 54 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 5$, $b = 2$, $c = 4$, $d = 1$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 64; 62; 41; 49; Gruppe 2: 46; 13; 16; 30; 35. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 48; 51; 60; 53; 44; 66; 76; 74; 74; 43; nachher: 42; 64; 57; 60; 34; 70; 67; 86; 69; 51. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 38,\ R_2 = 27,\ R_3 = 40$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 19; 27; 33; 7; 38; 24; 17; 34; y: 26; 91; 95; 79; 97; 78; 14; 89 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 13{,}5,\ s \approx 3{,}271,\ t \approx 1{,}12;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{47{,}4 - 50}{3{,}7/\sqrt{20}} \approx -3{,}14;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}8}{\sqrt{25}} \approx 0{,}56;\ 87{,}2 \pm 2{,}064 \cdot 0{,}56:\ [86{,}04;\ 88{,}36]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{152 \cdot (34 \cdot 54 - 34 \cdot 30)^2}{68 \cdot 84 \cdot 64 \cdot 88} \approx 3{,}15 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{7}{5}\binom{5}{4}}{\binom{12}{9}} = \dfrac{21 \cdot 5}{220} \approx 0{,}4773$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 7; 8; 9; $R_1 = 29;\ U_1 = 29 - 10 = 19,\ U_2 = 1;\ U = 1;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 6; –13; 3; –7; 10; –4; 9; –12; 5; –8; $W^+ = 23,\ W^- = 32;\ W = 23;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 14;\ H = \dfrac{12}{14 \cdot 15}\left(\dfrac{38^2}{5} + \dfrac{27^2}{4} + \dfrac{40^2}{5}\right) - 3 \cdot 15 \approx 0{,}2$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 5; 6; 1; 8; 4; 2; 7; y: 2; 6; 7; 4; 8; 3; 1; 5; $\sum d^2 = 18;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 18}{504} \approx 0{,}786$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0