Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 51{,}5,\ s = 7{,}4,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 25,\ \bar{x} = 121{,}7,\ s = 3{,}7,\ H_0: \mu = 125$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 16,\ \bar{x} = 67{,}9,\ s = 2{,}5,\ t_{15;\,0{,}975} = 2{,}131$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 36 bzw. 31; Land: 31 bzw. 21 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7,\ b = 5,\ c = 2,\ d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 38; 44; 55; 45; 17; Gruppe 2: 19; 23; 36; 22. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 74; 42; 52; 51; 88; 81; 72; 83; 53; nachher: 65; 28; 63; 66; 98; 75; 64; 76; 57. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 7;\ R_1 = 17,\ R_2 = 71,\ R_3 = 102.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 3; 35; 36; 38; 33; 5; 16; 8; y: 21; 27; 65; 96; 22; 20; 26; 36 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{51{,}5 - 50}{7{,}4/\sqrt{20}} \approx 0{,}91;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{121{,}7 - 125}{3{,}7/5} \approx -4{,}46;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}5}{\sqrt{16}} \approx 0{,}625;\ 67{,}9 \pm 2{,}131 \cdot 0{,}625 :\ [66{,}57;\ 69{,}23]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{119 \cdot (36 \cdot 21 - 31 \cdot 31)^2}{67 \cdot 52 \cdot 67 \cdot 52} \approx 0{,}41 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{12}{7}\binom{10}{2}}{\binom{22}{9}} = \dfrac{792 \cdot 45}{497420} \approx 0{,}0716$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 6; 7; 8; 9; $R_1 = 31$; $U_1 = 31 - 15 = 16$, $U_2 = 4$; $U = 4$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 9; 14; –11; –15; –10; 6; 8; 7; –4; $W^+ = 22$, $W^- = 23$; $W = 22$; $W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 19;\ H = \dfrac{12}{19 \cdot 20}\left(\dfrac{17^2}{5} + \dfrac{71^2}{7} + \dfrac{102^2}{7}\right) - 3 \cdot 20 \approx 11{,}5$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 6; 7; 8; 5; 2; 4; 3; y: 2; 5; 7; 8; 3; 1; 4; 6; $\sum d^2 = 16;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 16}{504} \approx 0{,}81$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0