Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 25,\ \bar{x} = 519{,}6,\ s = 8,\ H_0: \mu = 510$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 16,\ \bar{x} = 111{,}6,\ s = 9{,}7,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 22,\ \bar{x} = 23{,}7,\ s = 7{,}9,\ t_{21;\,0{,}975} = 2{,}08$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Mädchen: 43 bzw. 45; Jungen: 32 bzw. 15 (Mathe-Fan bzw. kein Fan). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 4,\ b = 2,\ c = 1,\ d = 3$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 41; 47; 34; 40; 32; 35; Gruppe 2: 30; 25; 28; 27. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 55; 56; 86; 83; 84; 63; 51; 50; 62; nachher: 58; 42; 94; 68; 78; 73; 38; 61; 58. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 7,\ n_2 = 7,\ n_3 = 4;\ R_1 = 35,\ R_2 = 72,\ R_3 = 64$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 13; 14; 10; 17; 8; 21; y: 21; 62; 98; 55; 91; 19 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{519{,}6 - 510}{8/5} = 6;\ t_{24;\,0{,}975} \approx 2{,}064 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \frac{111{,}6 - 100}{9{,}7/4} \approx 4{,}78;\ t_{15;\,0{,}975} \approx 2{,}131 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7{,}9}{\sqrt{22}} \approx 1{,}6843;\ 23{,}7 \pm 2{,}08 \cdot 1{,}6843 :\ [20{,}2;\ 27{,}2]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{135 \cdot (43 \cdot 15 - 45 \cdot 32)^2}{88 \cdot 47 \cdot 75 \cdot 60} \approx 4{,}58 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{6}{4}\binom{4}{1}}{\binom{10}{5}} = \frac{15 \cdot 4}{252} \approx 0{,}2381$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 5; 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 45;\ U_1 = 45 - 21 = 24,\ U_2 = 0;\ U = 0;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: –3; 14; –8; 15; 6; –10; 13; –11; 4; $W^+ = 29,\ W^- = 16;\ W = 16;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \frac{12}{18 \cdot 19}\left(\frac{35^2}{7} + \frac{72^2}{7} + \frac{64^2}{4}\right) - 3 \cdot 19 \approx 11{,}06$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 3; 4; 2; 5; 1; 6; y: 2; 4; 6; 3; 5; 1; $\sum d^2 = 62;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 62}{210} \approx -0{,}771$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0