Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 12,\ \bar{x} = 258{,}2,\ s = 4{,}6,\ H_0: \mu = 260$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 9,\ \bar{x} = 23{,}2,\ s = 11{,}3,\ H_0: \mu = 30$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 29,\ \bar{x} = 71{,}4,\ s = 1{,}3,\ t_{28;\,0{,}975} = 2{,}048$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 42 bzw. 58; Nichtsportler: 43 bzw. 14 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 8,\ b = 4,\ c = 4,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 42; 44; 26; 63; 38; Gruppe 2: 36; 13; 20; 22; 47. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 85; 78; 83; 55; 41; 70; 83; nachher: 75; 77; 98; 58; 28; 75; 89. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 7,\ n_3 = 6;\ R_1 = 24,\ R_2 = 68,\ R_3 = 79.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 7; 12; 26; 14; 13; 34; y: 15; 41; 69; 68; 44; 85 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \frac{258{,}2 - 260}{4{,}6/\sqrt{12}} \approx -1{,}36;\ t_{11;\,0{,}975} \approx 2{,}201 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \frac{23{,}2 - 30}{11{,}3/3} \approx -1{,}81;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{1{,}3}{\sqrt{29}} \approx 0{,}2414;\ 71{,}4 \pm 2{,}048 \cdot 0{,}2414:\ [70{,}91;\ 71{,}89]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{157 \cdot (42 \cdot 14 - 58 \cdot 43)^2}{100 \cdot 57 \cdot 85 \cdot 72} \approx 16{,}35 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{12}{8}\binom{10}{4}}{\binom{22}{12}} = \frac{495 \cdot 210}{646646} \approx 0{,}1608$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 6; 7; 8; 10; $R_1 = 35;\ U_1 = 35 - 15 = 20,\ U_2 = 5;\ U = 5;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 10; 1; –15; –3; 13; –5; –6; $W^+ = 12,\ W^- = 16;\ W = 12;\ W_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 18;\ H = \frac{12}{18 \cdot 19}\left(\frac{24^2}{5} + \frac{68^2}{7} + \frac{79^2}{6}\right) - 3 \cdot 19 \approx 6{,}72$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 2; 5; 4; 3; 6; y: 1; 2; 5; 4; 3; 6; $\sum d^2 = 0;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 0}{210} \approx 1$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0