Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 12; 8; 11; 8; 14; 8. H_0: μ = 13 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) *n* = 30, $\bar{x}$ = 27,1, *s* = 4,9, H_0: μ = 30 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) *n* = 30, $\bar{x}$ = 48, *s* = 1,7, $t_{29;\,0{,}975}$ = 2,045. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 46 bzw. 62; Nichtsportler: 39 bzw. 20 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) *a* = 6, *b* = 2, *c* = 2, *d* = 1. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 41; 17; 14; 32; Gruppe 2: 34; 28; 21; 36; 30. *U* = min(U_1; U_2)? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 77; 52; 57; 42; 41; 43; 41; 67; nachher: 72; 49; 55; 51; 33; 29; 30; 55. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 6,\ n_3 = 7;\ R_1 = 30,\ R_2 = 62,\ R_3 = 61.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 15; 37; 7; 35; 31; y: 66; 72; 17; 84; 94 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 10{,}167,\ s \approx 2{,}563,\ t \approx -2{,}71;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{27{,}1 - 30}{4{,}9/\sqrt{30}} \approx -3{,}24;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}7}{\sqrt{30}} \approx 0{,}3104;\ 48 \pm 2{,}045 \cdot 0{,}3104 :\ [47{,}37;\ 48{,}63]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{167 \cdot (46 \cdot 20 - 62 \cdot 39)^2}{108 \cdot 59 \cdot 85 \cdot 82} \approx 8{,}44 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{8}{6}\binom{3}{2}}{\binom{11}{8}} = \dfrac{28 \cdot 3}{165} \approx 0{,}5091$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 6; 9; $R_1 = 18;\ U_1 = 18 - 10 = 8,\ U_2 = 12;\ U = 8;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 5; 3; 2; –9; 8; 14; 11; 12; $W^+ = 31,\ W^- = 5;\ W = 5;\ W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 17;\ H = \dfrac{12}{17 \cdot 18}\left(\dfrac{30^2}{4} + \dfrac{62^2}{6} + \dfrac{61^2}{7}\right) - 3 \cdot 18 \approx 0{,}79$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 2; 5; 1; 4; 3; y: 2; 3; 1; 4; 5; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 8}{120} \approx 0{,}6$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0