Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 15,\ \bar{x} = 52{,}7,\ s = 4{,}7,\ H_0: \mu = 55$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) Daten: 58; 56; 51; 47; 55; 55. $H_0: \mu = 51$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 8,\ \bar{x} = 41{,}6,\ s = 1{,}2,\ t_{7;\,0{,}975} = 2{,}365$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 20 bzw. 56; Nichtsportler: 47 bzw. 38 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 3,\ b = 6,\ c = 0,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 48; 35; 60; 52; 28; 59; Gruppe 2: 25; 32; 33; 24. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 81; 73; 81; 71; 80; 88; 52; 76; 85; 73; nachher: 79; 74; 66; 85; 74; 80; 56; 73; 74; 63. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 5,\ n_3 = 4;\ R_1 = 23,\ R_2 = 49,\ R_3 = 48.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 37; 34; 38; 35; 32; y: 59; 69; 41; 34; 84 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{52{,}7 - 55}{4{,}7/\sqrt{15}} \approx -1{,}9;\ t_{14;\,0{,}975} \approx 2{,}145 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} \approx 53{,}667,\ s \approx 3{,}983,\ t \approx 1{,}64;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1{,}2}{\sqrt{8}} \approx 0{,}4243;\ 41{,}6 \pm 2{,}365 \cdot 0{,}4243:\ [40{,}6;\ 42{,}6]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{161 \cdot (20 \cdot 38 - 56 \cdot 47)^2}{76 \cdot 85 \cdot 67 \cdot 94} \approx 13{,}87 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{9}{3}\binom{6}{0}}{\binom{15}{3}} = \dfrac{84 \cdot 1}{455} \approx 0{,}1846$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 3; 6; 7; 8; 9; 10; $R_1 = 43;\ U_1 = 43 - 21 = 22,\ U_2 = 2;\ U = 2;\ U_{krit} = 2 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 2; –1; 15; –14; 6; 8; –4; 3; 11; 10; $W^+ = 41,\ W^- = 14;\ W = 14;\ W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 15;\ H = \dfrac{12}{15 \cdot 16}\left(\dfrac{23^2}{6} + \dfrac{49^2}{5} + \dfrac{48^2}{4}\right) - 3 \cdot 16 \approx 9{,}22$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 2; 5; 3; 1; y: 3; 4; 2; 1; 5; $\sum d^2 = 34;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 34}{120} \approx -0{,}7$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0