Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 20,\ \bar{x} = 97{,}1,\ s = 7{,}2,\ H_0: \mu = 100$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 9,\ \bar{x} = 51{,}2,\ s = 5{,}9,\ H_0: \mu = 50$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 11,\ \bar{x} = 89{,}8,\ s = 2{,}6,\ t_{10;\,0{,}975} = 2{,}228$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Kurs A: 39 bzw. 35; Kurs B: 47 bzw. 8 (bestanden bzw. nicht bestanden). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 4,\ c = 2,\ d = 7$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 47; 65; 37; 42; 49; Gruppe 2: 46; 32; 31; 29. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 68; 81; 46; 74; 44; 58; 57; 88; 83; 68; nachher: 64; 74; 44; 62; 30; 43; 46; 80; 73; 63. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 6,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6;\ R_1 = 30,\ R_2 = 33,\ R_3 = 73.\ H$? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 6; 15; 33; 10; 36; 14; 28; y: 15; 75; 44; 17; 85; 34; 58 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{97{,}1 - 100}{7{,}2/\sqrt{20}} \approx -1{,}8;\ t_{19;\,0{,}975} \approx 2{,}093 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $t = \dfrac{51{,}2 - 50}{5{,}9/3} \approx 0{,}61;\ t_{8;\,0{,}975} \approx 2{,}306 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{2{,}6}{\sqrt{11}} \approx 0{,}7839;\ 89{,}8 \pm 2{,}228 \cdot 0{,}7839:\ [88{,}05;\ 91{,}55]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{129 \cdot (39 \cdot 8 - 35 \cdot 47)^2}{74 \cdot 55 \cdot 86 \cdot 43} \approx 15{,}23 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{10}{6}\binom{9}{2}}{\binom{19}{8}} = \dfrac{210 \cdot 36}{75582} \approx 0{,}1$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 4; 5; 7; 8; 9; $R_1 = 33$; $U_1 = 33 - 15 = 18$, $U_2 = 2$; $U = 2$; $U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 4; 7; 2; 12; 14; 15; 11; 8; 10; 5; $W^+ = 55$, $W^- = 0$; $W = 0$; $W_{krit} = 8 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{30^2}{6} + \dfrac{33^2}{4} + \dfrac{73^2}{6}\right) - 3 \cdot 17 \approx 6{,}81$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 4; 6; 2; 7; 3; 5; y: 1; 6; 4; 2; 7; 3; 5; $\sum d^2 = 8;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 8}{336} \approx 0{,}857$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0