Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) $n = 30,\ \bar{x} = 107{,}8,\ s = 3{,}7,\ H_0: \mu = 110$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

2) $n = 10,\ \bar{x} = 261{,}8,\ s = 9{,}8,\ H_0: \mu = 250$ (zweiseitig, $\alpha = 5\,\%$): Testgröße t? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 9,\ \bar{x} = 77{,}2,\ s = 1,\ t_{8;\,0{,}975} = 2{,}306$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Medikament: 30 bzw. 50; Placebo: 17 bzw. 64 (geheilt bzw. nicht geheilt). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 6,\ b = 5,\ c = 3,\ d = 6$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 18; 55; 44; 40; 41; 28; Gruppe 2: 17; 39; 38; 27; 33; 26. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 62; 72; 72; 63; 78; 80; 89; 64; nachher: 57; 78; 65; 62; 86; 95; 85; 53. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+;\ W^-)$? _____

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 5,\ n_2 = 5,\ n_3 = 6;\ R_1 = 22,\ R_2 = 43,\ R_3 = 71$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 4; 33; 17; 34; 12; 21; 35; y: 90; 75; 65; 57; 78; 47; 11 (paarweise). r_S? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $t = \dfrac{107{,}8 - 110}{3{,}7/\sqrt{30}} \approx -3{,}26;\ t_{29;\,0{,}975} \approx 2{,}045 \Rightarrow H_0$ ablehnen

2) $t = \dfrac{261{,}8 - 250}{9{,}8/\sqrt{10}} \approx 3{,}81;\ t_{9;\,0{,}975} \approx 2{,}262 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \dfrac{1}{\sqrt{9}} \approx 0{,}3333;\ 77{,}2 \pm 2{,}306 \cdot 0{,}3333:\ [76{,}43;\ 77{,}97]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \dfrac{161 \cdot (30 \cdot 64 - 50 \cdot 17)^2}{80 \cdot 81 \cdot 47 \cdot 114} \approx 5{,}31 \Rightarrow$ abhängig (H_0 ablehnen)

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \dfrac{\binom{11}{6}\binom{9}{3}}{\binom{20}{9}} = \dfrac{462 \cdot 84}{167960} \approx 0{,}2311$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 2; 5; 9; 10; 11; 12; $R_1 = 49$; $U_1 = 49 - 21 = 28$, $U_2 = 8$; $U = 8$; $U_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 5; –6; 7; 1; –8; –15; 4; 11; $W^+ = 18$, $W^- = 18$; $W = 18$; $W_{krit} = 3 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \dfrac{12}{16 \cdot 17}\left(\dfrac{22^2}{5} + \dfrac{43^2}{5} + \dfrac{71^2}{6}\right) - 3 \cdot 17 \approx 6{,}65$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 1; 5; 3; 6; 2; 4; 7; y: 7; 5; 4; 3; 6; 2; 1; $\sum d^2 = 102;\ r_s = 1 - \dfrac{6 \cdot 102}{336} \approx -0{,}821$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0