Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 37; 26; 35; 36; 32; 27. H_0: μ = 29 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) Daten: 59; 54; 56; 53; 51. H_0: μ = 59 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 13$, $\bar{x} = 28{,}2$, $s = 7$, $t_{12;\,0{,}975} = 2{,}179$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Sportler: 47 bzw. 36; Nichtsportler: 63 bzw. 32 (erkältet bzw. nicht erkältet). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7$, $b = 1$, $c = 6$, $d = 8$. *P*(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 26; 36; 17; 29; 24; Gruppe 2: 27; 21; 39; 37. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 80; 70; 78; 80; 45; 71; 77; 80; 45; nachher: 67; 82; 71; 76; 34; 69; 63; 90; 42. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 5,\ n_3 = 7;\ R_1 = 14,\ R_2 = 39,\ R_3 = 83.$ H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 33; 35; 32; 22; 10; 34; 28; y: 49; 98; 87; 22; 47; 50; 44 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} \approx 32{,}167,\ s \approx 4{,}708,\ t \approx 1{,}65;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 54{,}6,\ s \approx 3{,}05,\ t \approx -3{,}23;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{7}{\sqrt{13}} \approx 1{,}9415;\ 28{,}2 \pm 2{,}179 \cdot 1{,}9415 :\ [23{,}97;\ 32{,}43]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{178 \cdot (47 \cdot 32 - 36 \cdot 63)^2}{83 \cdot 95 \cdot 110 \cdot 68} \approx 1{,}76 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{8}{7}\binom{14}{6}}{\binom{22}{13}} = \frac{8 \cdot 3003}{497420} \approx 0{,}0483$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 3; 4; 6; 7; $R_1 = 21;\ U_1 = 21 - 15 = 6,\ U_2 = 14;\ U = 6;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 13; –12; 7; 4; 11; 2; 14; –10; 3; $W^+ = 33,\ W^- = 12;\ W = 12;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 16;\ H = \frac{12}{16 \cdot 17}\left(\frac{14^2}{4} + \frac{39^2}{5} + \frac{83^2}{7}\right) - 3 \cdot 17 \approx 8$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 5; 7; 4; 2; 1; 6; 3; y: 4; 7; 6; 1; 3; 5; 2; $\sum d^2 = 12;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 12}{336} \approx 0{,}786$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0