Mathe-Check Statistische Tests

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 32 Note: ____

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

Berechne die Testgröße t = (x – my0) : (s/Wurzel n) auf 2 Nachkommastellen. Bei Rohdaten erst x und s (mit n – 1) bestimmen. Die Entscheidung steht in der Lösung.

1) Daten: 32; 30; 30; 36; 32; 29. H_0: μ = 33 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

2) Daten: 21; 11; 17; 17; 19. H_0: μ = 18 (zweiseitig, α = 5 %): Testgröße *t*? _____

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

Konfidenzintervall für my: x ± t · s : Wurzel n mit dem angegebenen t-Quantil. Online untere und obere Grenze mit „;“ getrennt, auf 2 Nachkommastellen.

1) $n = 30$, $\bar{x} = 23$, $s = 1{,}7$, $t_{29;\,0{,}975} = 2{,}045$. 95-\%-Konfidenzintervall für μ? _____

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

Vierfeldertafel (a b | c d): ?² = N · (a·d – b·c)² : ((a + b)(c + d)(a + c)(b + d)), auf 2 Nachkommastellen. Kritischer Wert bei alpha = 5 %: 3,841.

1) Stadt: 65 bzw. 56; Land: 66 bzw. 44 (Rad im Alltag bzw. kein Rad). χ^2? _____

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

Vierfeldertafel mit a, b (Zeile 1) und c, d (Zeile 2). Wahrscheinlichkeit dieser Tafel bei festen Randsummen: P = C(a + b; a) · C(c + d; c) : C(N; a + c). Ergebnis auf 4 Nachkommastellen.

1) $a = 7$, $b = 1$, $c = 4$, $d = 8$. P(diese Tafel)? _____

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

Alle Werte gemeinsam ordnen, Ränge vergeben (1 = kleinster Wert), Rangsumme R1 der Gruppe 1 bilden, U1 und U2 berechnen. Gesucht ist U = min(U1; U2). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn U höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Gruppe 1: 21; 19; 32; 45; 14; Gruppe 2: 40; 47; 31; 26. $U = \min(U_1;\ U_2)$? _____

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

Differenzen bilden (vorher – nachher), Beträge ordnen, Ränge vergeben, W+ und W? addieren. Gesucht ist W = min(W+; W?). Zweiseitig mit alpha = 5 % wird abgelehnt, wenn W höchstens der kritische Wert ist (steht in der Lösung).

1) Vorher: 50; 55; 90; 41; 46; 47; 86; 44; 72; nachher: 36; 42; 84; 34; 44; 32; 83; 55; 64. Mit d = vorher – nachher: $W = \min(W^+; W^-)$?

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

H = 12 : (N(N + 1)) · Summe R_j² : n_j – 3(N + 1). Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

1) $n_1 = 4,\ n_2 = 4,\ n_3 = 5;\ R_1 = 14,\ R_2 = 28,\ R_3 = 49$. H? _____

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

x-Werte und y-Werte getrennt ordnen, Ränge vergeben, Rangdifferenzen d quadrieren und addieren, dann r_s berechnen (3 Nachkommastellen).

1) x: 19; 8; 18; 26; 40; 11; y: 88; 95; 78; 75; 57; 79 (paarweise). r_s? _____

Lösungen: Mathe-Check Statistische Tests

Aufgabe 1: Testgröße beim t-Test (je 3 P.)

1) $\bar{x} = 31{,}5,\ s \approx 2{,}51,\ t \approx -1{,}46;\ t_{5;\,0{,}975} \approx 2{,}571 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

2) $\bar{x} = 17,\ s \approx 3{,}742,\ t \approx -0{,}6;\ t_{4;\,0{,}975} \approx 2{,}776 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 2: Konfidenzintervall mit t (4 P.)

1) $SE = \frac{1{,}7}{\sqrt{30}} \approx 0{,}3104;\ 23 \pm 2{,}045 \cdot 0{,}3104 :\ [22{,}37;\ 23{,}63]$

Aufgabe 3: Unabhängigkeitstest (4 P.)

1) $\chi^2 = \frac{231 \cdot (65 \cdot 44 - 56 \cdot 66)^2}{121 \cdot 110 \cdot 131 \cdot 100} \approx 0{,}93 \Rightarrow$ kein Nachweis einer Abhängigkeit

Aufgabe 4: Exakter Test nach Fisher (3 P.)

1) $P = \frac{\binom{8}{7}\binom{12}{4}}{\binom{20}{11}} = \frac{8 \cdot 495}{167960} \approx 0{,}0236$

Aufgabe 5: Mann-Whitney-U-Test (4 P.)

1) Ränge der Gruppe 1: 1; 2; 3; 6; 8; $R_1 = 20;\ U_1 = 20 - 15 = 5,\ U_2 = 15;\ U = 5;\ U_{krit} = 1 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 6: Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test (4 P.)

1) d: 14; 13; 6; 7; 2; 15; 3; –11; 8; $W^+ = 39,\ W^- = 6;\ W = 6;\ W_{krit} = 5 \Rightarrow H_0$ nicht ablehnen

Aufgabe 7: Kruskal-Wallis-Test (3 P.)

1) $N = 13;\ H = \frac{12}{13 \cdot 14}\left(\frac{14^2}{4} + \frac{28^2}{4} + \frac{49^2}{5}\right) - 3 \cdot 14 \approx 5{,}82$

Aufgabe 8: Rangkorrelation nach Spearman (4 P.)

1) Ränge x: 4; 1; 3; 5; 6; 2; y: 5; 6; 3; 2; 1; 4; $\sum d^2 = 64;\ r_s = 1 - \frac{6 \cdot 64}{210} \approx -0{,}829$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 31	ab 29	ab 28	ab 26	ab 24	ab 23	ab 21	ab 20	ab 18	ab 16	ab 15	ab 13	ab 11	ab 9	ab 7	ab 0