Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 80,\ p = 0{,}85$: Laplace-Bedingung $\sigma > 3$ erfüllt? _____

2) $n = 150,\ p = 0{,}65$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $n = 300,\ p = 0{,}75$: 90 %-Prognoseintervall für X _____

2) $n = 1200,\ p = 0{,}2$: σ-Umgebung von μ für h _____

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 1000,\ k = 446$ ($h = 0{,}446$) : 90 %-Konfidenzintervall für p _____

2) $n = 500,\ k = 318$ ($h = 0{,}636$) : 95 %-Konfidenzintervall für p _____

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Ist der Würfel gezinkt? Die Sechs soll mit $\frac{1}{6}$ fallen. _____

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

1) $n = 100$, $H_0: p \leq 0{,}2$, $\alpha = 5\,\%$: Ab wie vielen Treffern wird H_0 abgelehnt? _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 5 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,05 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,05 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

1) $\sigma = \sqrt{10{,}2} \approx 3{,}19 > 3$: ja

2) $\mu = 97{,}5;\quad \sigma = \sqrt{34{,}125} \approx 5{,}84$

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

1) $[\,212{,}7;\ 237{,}3\,]$ $(\mu = 225,\ \sigma \approx 7{,}5)$

2) $[\,0{,}188;\ 0{,}212\,]$

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

1) $[\,0{,}42;\ 0{,}472\,]$

2) $[\,0{,}594;\ 0{,}678\,]$

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

1) zweiseitig: $H_0: p = \frac{1}{6},\quad H_1: p \neq \frac{1}{6}$

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

1) $P(X \geq 27) \approx 0{,}0558 > 0{,}05,\ P(X \geq 28) \approx 0{,}0342 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{28;\ 29;\ \ldots;\ 100\}$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}05 = 5$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{4{,}75} \approx 2{,}18$

3) $P(X \geq 9) \approx 0{,}0631 > 0{,}05,\quad P(X \geq 10) \approx 0{,}0282 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{10, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \geq 10) \approx 0{,}0282$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 35	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 12	ab 10	ab 8	ab 0