Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 60,\ p = 0{,}15$: Laplace-Bedingung $\sigma > 3$ erfüllt? _____

2) $n = 500,\ p = 0{,}7$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $n = 1500,\ p = 0{,}2$: 95 %-Prognoseintervall für X _____

2) $n = 200,\ p = 0{,}85$: σ-Umgebung von μ für X _____

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 100,\ k = 20$ ($h = 0{,}2$) : 95 %-Konfidenzintervall für p _____

2) $n = 400,\ k = 349$: Liegt $p_0 = 0{,}85$ im 95 %-Konfidenzintervall? _____

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Ein Mittel heilt 60 % der Kranken. Ein neues Mittel soll besser sein. _____

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

1) $n = 20,\ H_0: p \geq 0{,}9,\ \alpha = 5\,\%$: Bis zu wie vielen Treffern wird H_0 abgelehnt? _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 500 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 487,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 487,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 487,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

1) $\sigma = \sqrt{7{,}65} \approx 2{,}77 \leq 3$: nein

2) $\mu = 350;\quad \sigma = \sqrt{105} \approx 10{,}25$

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

1) $[\,269{,}64;\ 330{,}36\,]$ $(\mu = 300,\ \sigma \approx 15{,}49)$

2) $[\,164{,}95;\ 175{,}05\,]$ $(\mu = 170,\ \sigma \approx 5{,}05)$

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

1) $[\,0{,}122;\ 0{,}278\,]$

2) $[\,0{,}84;\ 0{,}905\,]$: ja

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

1) rechtsseitig: $H_0: p \leq 0{,}6,\quad H_1: p > 0{,}6$

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

1) $P(X \leq 15) \approx 0{,}0432 \leq 0{,}05,\ P(X \leq 16) \approx 0{,}1330 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0;\ 1;\ \ldots;\ 15\}$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $P(X < 487{,}5) = \Phi\left(\frac{487{,}5-500}{5}\right) = \Phi(-2{,}5) \approx 0{,}006$

2) $P(495 \leq X \leq 505) = 2\,\Phi(1) - 1 \approx 0{,}683$

3) $1000 \cdot 0{,}0062 \approx 6$

4) $P(X \geq c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-500}{5}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c-500}{5} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 508{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-12{,}5}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{12{,}5}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 5{,}37\,\text{ml}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 35	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 12	ab 10	ab 8	ab 0