Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 500,\ p = 0{,}2$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

2) $n = 50,\ p = 0{,}1$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $n = 200,\ p = 0{,}4$: 99 %-Prognoseintervall für X _____

2) $P(\mu - 2{,}58\sigma \le X \le \mu + 2{,}58\sigma) \approx\ ?$ (in Prozent, Sigma-Regel) _____

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 1200,\ k = 449\ (h = 0{,}3742)$: 90 %-Konfidenzintervall für p _____

2) $n = 2000,\ k = 305\ (h = 0{,}1525)$: 95 %-Konfidenzintervall für p _____

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Hersteller: „Höchstens 10 % Ausschuss.“ Ein Kunde vermutet mehr. _____

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

1) $n = 100$, $H_0: p \leq 0{,}75$, $\alpha = 5\,\%$: Ab wie vielen Treffern wird H_0 abgelehnt? _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 60 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,6 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,6 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 50\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

1) $\mu = 100;\quad \sigma = \sqrt{80} \approx 8{,}94$

2) $\mu = 5;\quad \sigma = \sqrt{4{,}5} \approx 2{,}12$

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

1) $[\,62{,}13;\ 97{,}87\,]\quad (\mu = 80,\ \sigma \approx 6{,}93)$

2) $\approx 99\,\%$

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

1) $[\,0{,}351;\ 0{,}397\,]$

2) $[\,0{,}137;\ 0{,}168\,]$

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

1) rechtsseitig: $H_0: p \le 0{,}1,\quad H_1: p > 0{,}1$

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

1) $P(X \ge 82) \approx 0{,}0630 > 0{,}05,\ P(X \ge 83) \approx 0{,}0376 \le 0{,}05 \ \Rightarrow\ \overline{A} = \{83;\ 84;\ \ldots;\ 100\}$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}6 = 30$

2) $P(X \le 23) \approx 0{,}0314 \le 0{,}05,\quad P(X \le 24) \approx 0{,}0573 > 0{,}05 \ \Rightarrow\ \overline{A} = \{0, \ldots, 23\}$

3) $\alpha = P(X \le 23) \approx 0{,}0314$

4) $\beta = P_{p=0{,}5}(X \ge 24) = 1 - P(X \le 23) \approx 0{,}6641$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 35	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 12	ab 10	ab 8	ab 0