Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 1000,\ p = 0{,}45$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

2) $n = 240,\ p = 0{,}25$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $n = 600,\ p = 0{,}45$: 2σ-Umgebung von μ für X _____

2) $n = 2000,\ p = 0{,}3$: 90 %-Prognoseintervall für h _____

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 300,\ k = 133$: Liegt $p_0 = 0{,}47$ im 95 %-Konfidenzintervall? _____

2) $n = 300,\ k = 208$: Liegt $p_0 = 0{,}77$ im 90 %-Konfidenzintervall? _____

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Ist der Würfel gezinkt? Die Sechs soll mit $\frac{1}{6}$ fallen. _____

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

1) $n = 60$, $H_0: p \geq 0{,}8$, $\alpha = 10\,\%$: Bis zu wie vielen Treffern wird H_0 abgelehnt? _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert my = 1000 ml und der Standardabweichung sigma = 5 ml. Tipp: Standardisiere mit z = (x – my) : sigma und lies ?(z) in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du 1 – ?(z). Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 992,5 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

3) Wie viele von 1000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 992,5 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 992,5 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

1) $\mu = 450;\quad \sigma = \sqrt{247{,}5} \approx 15{,}73$

2) $\mu = 60;\quad \sigma = \sqrt{45} \approx 6{,}71$

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

1) $[\,245{,}63;\ 294{,}37\,]\quad (\mu = 270,\ \sigma \approx 12{,}19)$

2) $[\,0{,}283;\ 0{,}317\,]$

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

1) $[\,0{,}387;\ 0{,}5\,]$: ja

2) $[\,0{,}65;\ 0{,}737\,]$: nein

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

1) zweiseitig: $H_0: p = \frac{1}{6},\quad H_1: p \neq \frac{1}{6}$

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

1) $P(X \le 43) \approx 0{,}0772 \le 0{,}1,\ P(X \le 44) \approx 0{,}1306 > 0{,}1 \Rightarrow \overline{A} = \{0;\ 1;\ \ldots;\ 43\}$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $P(X < 992{,}5) = \Phi\left(\frac{992{,}5 - 1000}{5}\right) = \Phi(-1{,}5) \approx 0{,}067$

2) $P(992{,}5 \le X \le 1007{,}5) = 2\,\Phi(1{,}5) - 1 \approx 0{,}866$

3) $1000 \cdot 0{,}0668 \approx 67$

4) $P(X \ge c) = 0{,}05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c - 1000}{5}\right) = 0{,}95 \Rightarrow \frac{c - 1000}{5} \approx 1{,}645 \Rightarrow c \approx 1008{,}2\,\text{ml}$

5) $\Phi\left(\frac{-7{,}5}{\sigma}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{7{,}5}{\sigma} \approx 2{,}326 \Rightarrow \sigma \approx 3{,}22\,\text{ml}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 35	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 12	ab 10	ab 8	ab 0