# Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

## Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 80,\ p = 0{,}5$ : $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

2) $n = 100,\ p = 0{,}25$ : Laplace-Bedingung $\sigma > 3$ erfüllt? _____

## Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $n = 250,\ p = 0{,}5$ : $\sigma$-Umgebung von $\mu$ für $h$ _____

2) $n = 800,\ p = 0{,}85$ : $2\sigma$-Umgebung von $\mu$ für $h$ _____

## Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 100,\ k = 46$ ($h = 0{,}46$) : 95 %-Konfidenzintervall für $p$ _____

2) $n = 200,\ k = 49$ ($h = 0{,}245$) : 90 %-Konfidenzintervall für $p$ _____

## Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Hersteller: „Höchstens 2 % Ausschuss.“ Ein Kunde vermutet mehr. _____

## Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

**1)** $n = 60$, $H_0: p \leq 0{,}25$, $\alpha = 5\,\%$: Ab wie vielen Treffern wird $H_0$ abgelehnt? _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

**1)** Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

**2)** Bis zu wie vielen Befürwortern wird $H_0$ abgelehnt? (4 P.) _____

**3)** Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

**4)** In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

## Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

**1)** $\mu = 40;\quad \sigma = \sqrt{20} \approx 4{,}47$

**2)** $\sigma = \sqrt{18{,}75} \approx 4{,}33 > 3$ : ja

## Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

**1)** $[\,0{,}468;\ 0{,}532\,]$

**2)** $[\,0{,}825;\ 0{,}875\,]$

## Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

**1)** $[\,0{,}362;\ 0{,}558\,]$

**2)** $[\,0{,}195;\ 0{,}295\,]$

## Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

**1)** rechtsseitig: $H_0: p \le 0{,}02,\quad H_1: p > 0{,}02$

## Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

**1)** $P(X \ge 21) \approx 0{,}0541 > 0{,}05,\ P(X \ge 22) \approx 0{,}0298 \le 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{22;\ 23;\ \ldots;\ 60\}$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $E(X) = 100 \cdot 0{,}5 = 50$

**2)** $P(X \le 41) \approx 0{,}0443 \le 0{,}05,\quad P(X \le 42) \approx 0{,}0666 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 41\}$

**3)** $\alpha = P(X \le 41) \approx 0{,}0443$

**4)** $\beta = P_{p=0{,}4}(X \ge 42) = 1 - P(X \le 41) \approx 0{,}3775$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 29 | ab 27 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 17 | ab 15 | ab 12 | ab 10 | ab 8 | ab 0 |