Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 100,\ p = 0{,}7$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

2) $n = 150,\ p = 0{,}8$: $\mu = ?,\ \sigma = ?$ _____

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma) \approx\ ?$ (in Prozent, Sigma-Regel) _____

2) $n = 600,\ p = 0{,}9$: 95 %-Prognoseintervall für X _____

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 600,\ k = 522$: Liegt $p_0 = 0{,}93$ im 99 %-Konfidenzintervall? _____

2) $n = 800,\ k = 513$ ($h = 0{,}6413$) : 95 %-Konfidenzintervall für p _____

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Händler: „Mindestens 90 % der Samen keimen.“ Ein Gärtner zweifelt. _____

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

1) $n = 150$, $H_0: p \geq 0{,}75$, $\alpha = 5\,\%$: Bis zu wie vielen Treffern wird H_0 abgelehnt? _____

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 20 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,2 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,2 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

1) $\mu = 70;\quad \sigma = \sqrt{21} \approx 4{,}58$

2) $\mu = 120;\quad \sigma = \sqrt{24} \approx 4{,}9$

Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

1) $\approx 68{,}3\,\%$

2) $[\,525{,}6;\ 554{,}4\,]\quad (\mu = 540,\ \sigma \approx 7{,}35)$

Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

1) $[\,0{,}835;\ 0{,}905\,]$: nein

2) $[\,0{,}608;\ 0{,}674\,]$

Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

1) linksseitig: $H_0: p \geq 0{,}9,\quad H_1: p < 0{,}9$

Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

1) $P(X \leq 103) \approx 0{,}0473 \leq 0{,}05,\ P(X \leq 104) \approx 0{,}0680 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0;\ 1;\ \ldots;\ 103\}$

Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}2 = 20$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{16} \approx 4$

3) $P(X \geq 27) \approx 0{,}0558 > 0{,}05,\quad P(X \geq 28) \approx 0{,}0342 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{28, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \geq 28) \approx 0{,}0342$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 35	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 17	ab 15	ab 12	ab 10	ab 8	ab 0