# Probe-Klausur Beurteilende Statistik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 36 Note: ____

## Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

X ist binomialverteilt mit n und p. Berechne Erwartungswert my = n·p und Standardabweichung sigma = Wurzel (n·p·(1 – p)) (sigma auf zwei Nachkommastellen) bzw. prüfe die Laplace-Bedingung sigma > 3.

1) $n = 30,\ p = 0{,}45$ : Laplace-Bedingung $\sigma > 3$ erfüllt? _____

2) $n = 40,\ p = 0{,}15$ : Laplace-Bedingung $\sigma > 3$ erfüllt? _____

## Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

Bestimme die Intervalle mit den Sigma-Regeln (Grenzen auf zwei Nachkommastellen, bei relativen Häufigkeiten auf drei) bzw. die Wahrscheinlichkeit der sigma-Umgebung.

1) $n = 300,\ p = 0{,}45$ : 90 %-Prognoseintervall für $X$ _____

2) $P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma) \approx\ ?$ (in Prozent, Sigma-Regel) _____

## Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

Bestimme das Konfidenzintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p mit der Näherung h ± c·Wurzel (h·(1 – h)/n) (Grenzen auf drei Nachkommastellen).

1) $n = 2000,\ k = 1076$ ($h = 0{,}538$) : 99 %-Konfidenzintervall für $p$ _____

2) $n = 600,\ k = 435$ ($h = 0{,}725$) : 95 %-Konfidenzintervall für $p$ _____

## Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

Entscheide, ob ein rechtsseitiger, linksseitiger oder zweiseitiger Test passt, und stelle die Hypothesen H0 und H1 auf. Was nachgewiesen werden soll, gehört in H1. Online tippst Du nur die Testart ein: rechtsseitig, linksseitig oder zweiseitig.

1) Ein Mittel heilt 50 % der Kranken. Ein neues Mittel soll besser sein. _____

## Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

Bestimme die kritische Zahl mit der Tabelle der kumulierten Binomialverteilung oder dem Taschenrechner. Rechtsseitig: das kleinste k mit P(X >= k) <= alpha. Linksseitig: das größte k mit P(X <= k) <= alpha.

**1)** $n = 50$, $H_0: p \leq 0{,}5$, $\alpha = 5\,\%$: Ab wie vielen Treffern wird $H_0$ abgelehnt? _____

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 20 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 50 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,2 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,2 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

**1)** Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

**2)** Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

**3)** Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird $H_0$ abgelehnt? (4 P.) _____

**4)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Beurteilende Statistik

## Aufgabe 1: Erwartungswert, Standardabweichung, Laplace-Bedingung (je 3 P.)

**1)** $\sigma = \sqrt{7{,}425} \approx 2{,}72 \leq 3$ : nein

**2)** $\sigma = \sqrt{5{,}1} \approx 2{,}26 \leq 3$ : nein

## Aufgabe 2: Sigma-Umgebung und Prognoseintervall (je 3 P.)

**1)** $[\,120{,}87;\ 149{,}13\,]$ $(\mu = 135,\ \sigma \approx 8{,}62)$

**2)** $\approx 95{,}4\,\%$

## Aufgabe 3: Konfidenzintervall (je 4 P.)

**1)** $[\,0{,}509;\ 0{,}567\,]$

**2)** $[\,0{,}689;\ 0{,}761\,]$

## Aufgabe 4: Hypothesen aufstellen (2 P.)

**1)** rechtsseitig: $H_0: p \leq 0{,}5$, $H_1: p > 0{,}5$

## Aufgabe 5: Ablehnungsbereich (4 P.)

**1)** $P(X \geq 31) \approx 0{,}0595 > 0{,}05$, $P(X \geq 32) \approx 0{,}0325 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{32;\ 33;\ \ldots;\ 50\}$

## Aufgabe 6: Anwendungsaufgabe (10 P.)

**1)** $E(X) = n \cdot p = 50 \cdot 0{,}2 = 10$

**2)** $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{8} \approx 2{,}83$

**3)** $P(X \geq 15) \approx 0{,}0607 > 0{,}05$, $P(X \geq 16) \approx 0{,}0308 \leq 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{16, \ldots, 50\}$

**4)** $\alpha = P(X \geq 16) \approx 0{,}0308$ ($H_0$ wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 35 | ab 33 | ab 31 | ab 29 | ab 27 | ab 26 | ab 24 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 17 | ab 15 | ab 12 | ab 10 | ab 8 | ab 0 |