

Probe-Klausur Stochastik

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

- 1) Auf wie viele Arten kann man 5 Kinder in einer Reihe aufstellen?
- 2) Auf wie viele Arten kann man 4 Buchstaben-Karten in eine Reihe legen?
- 3) Wie viele Möglichkeiten gibt es für die Augenzahlen bei 5 Würfeln mit einem Würfel?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. $P_A(B)$ bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

- 1) $P(A) = 0,4$, $P_A(B) = 0,9$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,7$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____
- 2) $P(A) = 0,5$, $P_A(B) = 0,8$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,2$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____
- 3) $P(A) = 0,5$, $P_A(B) = 0,8$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,4$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit $z = (x - \text{Erwartungswert}) : \text{Standardabweichung}$ und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

- 1) $P(Z \geq 2,1)$ _____
- 2) $P(Z \leq -1,19)$ _____
- 3) $P(Z \leq -1,81)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 750$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 5$ ml. Tipp: Standardisiere mit $z = (x - \mu) : \sigma$ und lies $\Phi(z)$ in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du $1 - \Phi(z)$. Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

- 1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 740 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

- 2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 7,5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

- 3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 740 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

- 4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5\,\% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

- 5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1\,\% der Flaschen weniger als 740 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

- 1) $5! = 120$
- 2) $4! = 24$
- 3) $6^5 = 7776$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

- 1) $P(B) = 0,4 \cdot 0,9 + 0,6 \cdot 0,7 = 0,78, \quad P_B(A) = \frac{0,36}{0,78} \approx 0,462$
- 2) $P(B) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,2 = 0,5, \quad P_B(A) = \frac{0,4}{0,5} \approx 0,8$
- 3) $P(B) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,6, \quad P_B(A) = \frac{0,4}{0,6} \approx 0,667$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

- 1) $P(Z \geq 2,1) = 1 - \Phi(2,1) \approx 0,0179$
- 2) $P(Z \leq -1,19) = \Phi(-1,19) \approx 0,117$
- 3) $P(Z \leq -1,81) = \Phi(-1,81) \approx 0,0351$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

- 1) $P(X < 740) = \Phi\left(\frac{740-750}{5}\right) = \Phi(-2) \approx 0,023$
- 2) $P(742,5 \leq X \leq 757,5) = 2 \Phi(1,5) - 1 \approx 0,866$
- 3) $5000 \cdot 0,0228 \approx 114$
- 4) $P(X \geq c) = 0,05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-750}{5}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{c-750}{5} \approx 1,645 \Rightarrow c \approx 758,2 \text{ ml}$
- 5) $\Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) = 0,01 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} \approx 2,326 \Rightarrow \sigma \approx 4,3 \text{ ml}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0