Probe-Klausur Stochastik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

1) Wie viele Möglichkeiten gibt es für eine 4-stellige PIN aus den Ziffern 0 bis 9?

2) Auf wie viele Arten kann man 6 Buchstaben-Karten in eine Reihe legen?

3) Auf wie viele Arten kann man 5 Buchstaben-Karten in eine Reihe legen?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. P_A(B) bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

1) $P(A) = 0{,}2,\ P_A(B) = 0{,}7,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}4:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

2) $P(A) = 0{,}2,\ P_A(B) = 0{,}9,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}3:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

3) $P(A) = 0{,}4,\ P_A(B) = 0{,}9,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}1:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le -0{,}39)$ _____

2) $P(Z \ge 1{,}43)$ _____

3) $P(Z \le -0{,}81)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

1) $10^4 = 10.000$

2) $6! = 720$

3) $5! = 120$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

1) $P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}7 + 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 0{,}46, \quad P_B(A) = \frac{0{,}14}{0{,}46} \approx 0{,}304$

2) $P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}9 + 0{,}8 \cdot 0{,}3 = 0{,}42, \quad P_B(A) = \frac{0{,}18}{0{,}42} \approx 0{,}429$

3) $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}9 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}42, \quad P_B(A) = \frac{0{,}36}{0{,}42} \approx 0{,}857$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

1) $P(Z \le -0{,}39) = \Phi(-0{,}39) \approx 0{,}3483$

2) $P(Z \ge 1{,}43) = 1 - \Phi(1{,}43) \approx 0{,}0764$

3) $P(Z \le -0{,}81) = \Phi(-0{,}81) \approx 0{,}209$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

2) $P(X \le 18) \approx 0{,}0325 \le 0{,}05, \quad P(X \le 19) \approx 0{,}0595 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

3) $\alpha = P(X \le 18) \approx 0{,}0325$

4) $\beta = P_{p=0{,}4}(X \ge 19) = 1 - P(X \le 18) \approx 0{,}6644$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0