

Probe-Klausur Stochastik

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

- 1) Auf wie viele Arten kann man 5 Kinder in einer Reihe aufstellen?
- 2) Wie viele Möglichkeiten gibt es für eine 3-stellige PIN aus den Ziffern 0 bis 9?
- 3) Auf wie viele Arten kann man 3 Bücher nebeneinander ins Regal stellen?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. $P_A(B)$ bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

- 1) $P(A) = 0,4$, $P_A(B) = 0,7$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,6$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____
- 2) $P(A) = 0,4$, $P_A(B) = 0,7$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,2$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____
- 3) $P(A) = 0,1$, $P_A(B) = 0,6$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,2$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit $z = (x - \text{Erwartungswert}) : \text{Standardabweichung}$ und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

- 1) $P(Z \geq -0,58)$ _____
- 2) $P(Z \leq 0,28)$ _____
- 3) $P(Z \geq -0,42)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Eine Anlage füllt Saft in Flaschen. Die Füllmenge X (in ml) ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1000$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 5$ ml. Tipp: Standardisiere mit $z = (x - \mu) : \sigma$ und lies $\Phi(z)$ in der Tabelle oder mit dem Taschenrechner ab. Für „mehr als“ rechnest Du $1 - \Phi(z)$. Werte aus der Tabelle dürfen etwas abweichen.

- 1) Wahrscheinlichkeit, dass eine Flasche weniger als 990 ml enthält (3 Stellen) (2 P.) _____

- 2) Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge höchstens 5 ml von μ abweicht (3 Stellen) (2 P.) _____

- 3) Wie viele von 5000 Flaschen enthalten voraussichtlich weniger als 990 ml? (ganze Zahl) (2 P.) _____

- 4) Ab welcher Füllmenge gehört eine Flasche zu den 5%,% vollsten? (1 Stelle) (2 P.) _____

- 5) Auf welchen Wert muss σ sinken, damit nur 1%,% der Flaschen weniger als 990 ml enthalten? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

- 1) $5! = 120$
- 2) $10^3 = 1000$
- 3) $3! = 6$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

- 1) $P(B) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,6 = 0,64, \quad P_B(A) = \frac{0,28}{0,64} \approx 0,438$
- 2) $P(B) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,4, \quad P_B(A) = \frac{0,28}{0,4} \approx 0,7$
- 3) $P(B) = 0,1 \cdot 0,6 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,24, \quad P_B(A) = \frac{0,06}{0,24} \approx 0,25$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

- 1) $P(Z \geq -0,58) = 1 - \Phi(-0,58) \approx 0,719$
- 2) $P(Z \leq 0,28) = \Phi(0,28) \approx 0,6103$
- 3) $P(Z \geq -0,42) = 1 - \Phi(-0,42) \approx 0,6628$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

- 1) $P(X < 990) = \Phi\left(\frac{990-1000}{5}\right) = \Phi(-2) \approx 0,023$
- 2) $P(995 \leq X \leq 1005) = 2 \Phi(1) - 1 \approx 0,683$
- 3) $5000 \cdot 0,0228 \approx 114$
- 4) $P(X \geq c) = 0,05 \Rightarrow \Phi\left(\frac{c-1000}{5}\right) = 0,95 \Rightarrow \frac{c-1000}{5} \approx 1,645 \Rightarrow c \approx 1008,2 \text{ ml}$
- 5) $\Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) = 0,01 \Rightarrow \frac{10}{\sigma} \approx 2,326 \Rightarrow \sigma \approx 4,3 \text{ ml}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0