Probe-Klausur Stochastik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

1) Auf wie viele Arten kann man 3 Buchstaben-Karten in eine Reihe legen?

2) Auf wie viele Arten kann man 3 Läufer auf die Bahnen verteilen?

3) Auf wie viele Arten kann man 6 Läufer auf die Bahnen verteilen?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. P_A(B) bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

1) $P(A) = 0{,}4,\ P_A(B) = 0{,}8,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}7:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

2) $P(A) = 0{,}3,\ P_A(B) = 0{,}6,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}4:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

3) $P(A) = 0{,}3,\ P_A(B) = 0{,}5,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}3:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq 2{,}06)$ _____

2) $P(Z \leq 2{,}27)$ _____

3) $P(Z \leq 1{,}65)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 50 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

1) $3! = 6$

2) $3! = 6$

3) $6! = 720$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

1) $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}6 \cdot 0{,}7 = 0{,}74, \quad P_B(A) = \dfrac{0{,}32}{0{,}74} \approx 0{,}432$

2) $P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}6 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}46, \quad P_B(A) = \dfrac{0{,}18}{0{,}46} \approx 0{,}391$

3) $P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}5 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 = 0{,}36, \quad P_B(A) = \dfrac{0{,}15}{0{,}36} \approx 0{,}417$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

1) $P(Z \geq 2{,}06) = 1 - \Phi(2{,}06) \approx 0{,}0197$

2) $P(Z \leq 2{,}27) = \Phi(2{,}27) \approx 0{,}9884$

3) $P(Z \leq 1{,}65) = \Phi(1{,}65) \approx 0{,}9505$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = 50 \cdot 0{,}5 = 25$

2) $P(X \leq 18) \approx 0{,}0325 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 19) \approx 0{,}0595 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 18\}$

3) $\alpha = P(X \leq 18) \approx 0{,}0325$

4) $\beta = P_{p=0{,}4}(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) \approx 0{,}6644$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0