

Probe-Klausur Stochastik

Name: _____

Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Punkte: _____ von 43

Note: _____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

- 1) Auf wie viele Arten kann man 4 Läufer auf die Bahnen verteilen?
- 2) Wie viele Möglichkeiten gibt es für eine 3-stellige PIN aus den Ziffern 0 bis 9?
- 3) Auf wie viele Arten kann man 7 Bücher nebeneinander ins Regal stellen?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. $P_A(B)$ bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

- 1) $P(A) = 0,5$, $P_A(B) = 0,5$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,3$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____
- 2) $P(A) = 0,1$, $P_A(B) = 0,9$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,7$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____
- 3) $P(A) = 0,3$, $P_A(B) = 0,9$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,1$: $P(B) = ?$, $P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit $z = (x - \text{Erwartungswert}) : \text{Standardabweichung}$ und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

- 1) $P(Z \leq -1,73)$ _____
- 2) $P(Z \geq 1,97)$ _____
- 3) $P(Z \geq 1,54)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Glücksrad bleibt mit der Wahrscheinlichkeit 0,2 auf „Gewinn“ stehen. Es wird 10-mal gedreht. Die Zufallsgröße X zählt, wie oft „Gewinn“ kommt. Weil sich die Wahrscheinlichkeit bei jedem Drehen nicht ändert, ist X binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,2$. Tipp: „mindestens einmal“ rechnest Du am leichtesten über das Gegenereignis „keinmal“.

- 1) Berechne $P(X = 3)$ (auf 4 Stellen runden). (3 P.) _____

- 2) Berechne den Erwartungswert $E(X)$. (2 P.) _____

- 3) Berechne $P(X \geq 1)$ (auf 4 Stellen runden). (2 P.) _____

- 4) Wie oft muss man mindestens drehen, damit $P(X \geq 1) \geq 0,9$ gilt? (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

- 1) $4! = 24$
- 2) $10^3 = 1000$
- 3) $7! = 5040$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

- 1) $P(B) = 0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,3 = 0,4, \quad P_B(A) = \frac{0,25}{0,4} \approx 0,625$
- 2) $P(B) = 0,1 \cdot 0,9 + 0,9 \cdot 0,7 = 0,72, \quad P_B(A) = \frac{0,09}{0,72} \approx 0,125$
- 3) $P(B) = 0,3 \cdot 0,9 + 0,7 \cdot 0,1 = 0,34, \quad P_B(A) = \frac{0,27}{0,34} \approx 0,794$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

- 1) $P(Z \leq -1,73) = \Phi(-1,73) \approx 0,0418$
- 2) $P(Z \geq 1,97) = 1 - \Phi(1,97) \approx 0,0244$
- 3) $P(Z \geq 1,54) = 1 - \Phi(1,54) \approx 0,0618$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

- 1) $P(X = 3) = \binom{10}{3} \cdot 0,2^3 \cdot 0,8^7 \approx 0,2013$
- 2) $E(X) = n \cdot p = 10 \cdot 0,2 = 2$
- 3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,8^{10} \approx 0,8926$
- 4) $1 - 0,8^m \geq 0,9 \Rightarrow m \geq \frac{\ln 0,1}{\ln 0,8} \approx 10,319 \Rightarrow m = 11$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0