Probe-Klausur Stochastik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

1) Wie viele Möglichkeiten gibt es für eine Folge von 4 Münzwürfen (Kopf oder Zahl)?

2) Auf wie viele Arten kann man 3 Buchstaben-Karten in eine Reihe legen?

3) Auf wie viele Arten kann man 5 Läufer auf die Bahnen verteilen?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. P_A(B) bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

1) $P(A) = 0{,}2,\ P_A(B) = 0{,}5,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}1:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

2) $P(A) = 0{,}4,\ P_A(B) = 0{,}8,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}4:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

3) $P(A) = 0{,}4,\ P_A(B) = 0{,}9,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}1:\quad P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \le 1{,}76)$ _____

2) $P(Z \le 2{,}25)$ _____

3) $P(Z \ge -1{,}99)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Hersteller behauptet: Höchstens 10 % seiner Bauteile sind fehlerhaft. Ein Kunde prüft 100 zufällig ausgewählte Teile. X ist die Anzahl der fehlerhaften Teile. Getestet wird die Nullhypothese H0: p <= 0,1 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Findet der Kunde auffällig viele fehlerhafte Teile, glaubt er dem Hersteller nicht mehr (H0 wird abgelehnt). Tipp: Rechne mit p = 0,1 und suche das kleinste k, für das P(X >= k) höchstens 0,05 ist.

1) Wie viele fehlerhafte Teile erwartet man, wenn der Hersteller recht hat? (2 P.) _____

2) Berechne die Standardabweichung σ (2 Stellen). (2 P.) _____

3) Ab wie vielen fehlerhaften Teilen wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art? (4 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

1) $2^4 = 16$

2) $3! = 6$

3) $5! = 120$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

1) $P(B) = 0{,}2 \cdot 0{,}5 + 0{,}8 \cdot 0{,}1 = 0{,}18, \quad P_B(A) = \dfrac{0{,}1}{0{,}18} \approx 0{,}556$

2) $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}8 + 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}56, \quad P_B(A) = \dfrac{0{,}32}{0{,}56} \approx 0{,}571$

3) $P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}9 + 0{,}6 \cdot 0{,}1 = 0{,}42, \quad P_B(A) = \dfrac{0{,}36}{0{,}42} \approx 0{,}857$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

1) $P(Z \le 1{,}76) = \Phi(1{,}76) \approx 0{,}9608$

2) $P(Z \le 2{,}25) = \Phi(2{,}25) \approx 0{,}9878$

3) $P(Z \ge -1{,}99) = 1 - \Phi(-1{,}99) \approx 0{,}9767$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}1 = 10$

2) $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{9} \approx 3$

3) $P(X \ge 15) \approx 0{,}0726 > 0{,}05, \quad P(X \ge 16) \approx 0{,}0399 \le 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{16, \ldots, 100\}$

4) $\alpha = P(X \ge 16) \approx 0{,}0399$ (H_0 wird abgelehnt, obwohl sie stimmt)

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0