Probe-Klausur Stochastik

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 43 Note: ____

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

Überlege jeweils: Ist die Reihenfolge wichtig? Darf etwas mehrfach vorkommen (Zurücklegen)? Gib die Formel und das Ergebnis an.

1) Auf wie viele Arten kann man 3 Läufer auf die Bahnen verteilen?

2) Wie viele Möglichkeiten gibt es für eine Folge von 6 Münzwürfen (Kopf oder Zahl)?

3) Wie viele Möglichkeiten gibt es für einen Code aus 3 Buchstaben (A bis Z)?

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

Lege eine Vierfeldertafel oder ein Baumdiagramm an und berechne die gesuchten Wahrscheinlichkeiten. P_A(B) bedeutet: Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung A.

1) $P(A) = 0{,}5,\ P_A(B) = 0{,}9,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}1$: $P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

2) $P(A) = 0{,}1,\ P_A(B) = 0{,}6,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}3$: $P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

3) $P(A) = 0{,}3,\ P_A(B) = 0{,}9,\ P_{\bar{A}}(B) = 0{,}4$: $P(B) = ?,\ P_B(A) = ?$ _____

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

Standardisiere mit z = (x – Erwartungswert) : Standardabweichung und lies den Wert der Verteilungsfunktion ab (Tabelle oder Taschenrechner). Runde auf 4 Nachkommastellen.

1) $P(Z \geq -2{,}39)$ _____

2) $P(Z \leq -1{,}05)$ _____

3) $P(Z \geq -0{,}98)$ _____

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Die Bürgermeisterin behauptet: Mindestens 50 % der Bürger sind für den neuen Radweg. Eine Zeitung befragt 100 zufällig ausgewählte Bürger. X ist die Anzahl der Befürworter. Getestet wird H0: p >= 0,5 auf dem Signifikanzniveau 5 %. Sind es auffällig wenige Befürworter, wird H0 abgelehnt. Tipp: Rechne mit p = 0,5 und suche das größte k mit P(X <= k) <= 0,05. Beim Fehler 2. Art behält man H0, obwohl sie falsch ist.

1) Erwartungswert von X, wenn die Bürgermeisterin genau recht hat (1 P.) _____

2) Bis zu wie vielen Befürwortern wird H_0 abgelehnt? (4 P.) _____

3) Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art (4 Stellen) (2 P.) _____

4) In Wahrheit sind nur 40\,\% dafür. Wie groß ist der Fehler 2. Art? (4 Stellen) (3 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Stochastik

Aufgabe 1: Kombinatorik (je 3 P.)

1) $3! = 6$

2) $2^6 = 64$

3) $26^3 = 17.576$

Aufgabe 2: Bedingte Wahrscheinlichkeit (je 4 P.)

1) $P(B) = 0{,}5 \cdot 0{,}9 + 0{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5, \quad P_B(A) = \frac{0{,}45}{0{,}5} \approx 0{,}9$

2) $P(B) = 0{,}1 \cdot 0{,}6 + 0{,}9 \cdot 0{,}3 = 0{,}33, \quad P_B(A) = \frac{0{,}06}{0{,}33} \approx 0{,}182$

3) $P(B) = 0{,}3 \cdot 0{,}9 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}55, \quad P_B(A) = \frac{0{,}27}{0{,}55} \approx 0{,}491$

Aufgabe 3: Normalverteilung (je 4 P.)

1) $P(Z \geq -2{,}39) = 1 - \Phi(-2{,}39) \approx 0{,}9916$

2) $P(Z \leq -1{,}05) = \Phi(-1{,}05) \approx 0{,}1469$

3) $P(Z \geq -0{,}98) = 1 - \Phi(-0{,}98) \approx 0{,}8365$

Aufgabe 4: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $E(X) = 100 \cdot 0{,}5 = 50$

2) $P(X \leq 41) \approx 0{,}0443 \leq 0{,}05, \quad P(X \leq 42) \approx 0{,}0666 > 0{,}05 \Rightarrow \overline{A} = \{0, \ldots, 41\}$

3) $\alpha = P(X \leq 41) \approx 0{,}0443$

4) $\beta = P_{p=0{,}4}(X \geq 42) = 1 - P(X \leq 41) \approx 0{,}3775$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 41	ab 39	ab 37	ab 35	ab 33	ab 31	ab 28	ab 26	ab 24	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0