Probe-Klausur Analytische Geometrie

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 44 Note: ____

Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

Der Betrag ist die Länge eines Vektors: die Wurzel aus $x^2 + y^2 + z^2$. Der Abstand zweier Punkte ist der Betrag ihres Verbindungsvektors. Gib Wurzeln exakt an.

1) $d(A, B)$ für $A(0 \mid -1 \mid -2)$, $B(2 \mid -15 \mid 3)$ = _____

2) $d(A, B)$ für $A(1 \mid 5 \mid -3)$, $B(-3 \mid 9 \mid -10)$ = _____

Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(0 \mid 2 \mid 0) \cdot (5 \mid 4 \mid 0)$ = _____

2) $(-5 \mid -4 \mid 3) \cdot (3 \mid 6 \mid -2)$ = _____

3) $(5 \mid 3 \mid -1) \cdot (5 \mid 0 \mid -2)$ = _____

Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

Stelle eine Gleichung der Geraden durch A und B auf. Schreibe sie so: (1|2|3) + t·(4|5|6).

1) $A(-5 \mid -2 \mid 1)$, $B(-2 \mid 4 \mid -1)$

Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

Kreuzprodukt von a = (a1 | a2 | a3) und b = (b1 | b2 | b3): (a2·b3 - a3·b2 | a3·b1 - a1·b3 | a1·b2 - a2·b1). Der Betrag des Kreuzprodukts ist der Flächeninhalt des Parallelogramms aus a und b, das Dreieck ist halb so groß.

1) $(-3 \mid -2 \mid 1) \times (0 \mid 4 \mid -2)$ = _____

Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

Berechne die Determinante. 2×2: Hauptdiagonale mal minus Nebendiagonale mal. 3×3: Regel von Sarrus.

1) $\det\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} =$ _____

2) $\det\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} =$ _____

Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

Berechne den Abstand des Punktes Q von der Ebene E mit der Hesseschen Normalform. Gib das Ergebnis exakt an.

1) $E: 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -3, \quad Q(0 \mid -2 \mid 3) =$ _____

2) $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \quad Q(3 \mid -3 \mid -2) =$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|4|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|1|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Analytische Geometrie

Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

1) $d(A, B)$ für $A(0 \mid -1 \mid -2),\ B(2 \mid -15 \mid 3) = 15$

2) $d(A, B)$ für $A(1 \mid 5 \mid -3),\ B(-3 \mid 9 \mid -10) = 9$

Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

1) $(0 \mid 2 \mid 0) \cdot (5 \mid 4 \mid 0) = 8$

2) $(-5 \mid -4 \mid 3) \cdot (3 \mid 6 \mid -2) = -45$

3) $(5 \mid 3 \mid -1) \cdot (5 \mid 0 \mid -2) = 27$

Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

1) $\vec{x} = (-5 \mid -2 \mid 1) + t \cdot (3 \mid 6 \mid -2)$

Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

1) $(-3 \mid -2 \mid 1) \times (0 \mid 4 \mid -2) = (0 \mid -6 \mid -12)$

Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

1) $\det \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} = 39$

2) $\det \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 6$

Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

1) $E: 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -3, \quad Q(0 \mid -2 \mid 3) = d = \frac{11}{3}$

2) $E: 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \quad Q(3 \mid -3 \mid -2) = d = 2$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 48 \\ 48 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{4864} \approx 34{,}87\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{48}{\sqrt{4864}} \Rightarrow \alpha \approx 46{,}51^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 6,\ y = 1 \Rightarrow S(6 \mid 1 \mid 1)$

4) $d = \frac{|16 \cdot 0 + 48 \cdot 0 + 48 \cdot 0 - 192|}{\sqrt{4864}} \approx 2{,}75\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 42	ab 40	ab 38	ab 36	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 25	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0