# Probe-Klausur Analytische Geometrie

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 44 Note: ____

## Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

Der Betrag ist die Länge eines Vektors: die Wurzel aus $x^2 + y^2 + z^2$. Der Abstand zweier Punkte ist der Betrag ihres Verbindungsvektors. Gib Wurzeln exakt an.

1) $d(A, B)$ für $A(4 \mid -4 \mid 5)$, $B(-7 \mid 6 \mid 3)$ = _____

2) $d(A, B)$ für $A(-4 \mid -3 \mid -2)$, $B(-2 \mid -1 \mid -1)$ = _____

## Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(6 \mid 3 \mid 3) \cdot (-1 \mid 1 \mid -6)$ = _____

2) $(5 \mid -2 \mid -2) \cdot (6 \mid -1 \mid -6)$ = _____

3) $(3 \mid 1 \mid 6) \cdot (4 \mid 2 \mid -5)$ = _____

## Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

Stelle eine Gleichung der Geraden durch A und B auf. Schreibe sie so: (1|2|3) + t·(4|5|6).

1) $A(5 \mid 3 \mid -1)$, $B(-2 \mid -3 \mid 2)$

## Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

Kreuzprodukt von a = (a1 | a2 | a3) und b = (b1 | b2 | b3): (a2·b3 - a3·b2 | a3·b1 - a1·b3 | a1·b2 - a2·b1). Der Betrag des Kreuzprodukts ist der Flächeninhalt des Parallelogramms aus a und b, das Dreieck ist halb so groß.

1) $(-5 \mid 5 \mid 0) \times (3 \mid 5 \mid 3)$ = _____

## Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

Berechne die Determinante. 2×2: Hauptdiagonale mal minus Nebendiagonale mal. 3×3: Regel von Sarrus.

**1)** $\det\begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} =$ _____

**2)** $\det\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} =$ _____

## Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

Berechne den Abstand des Punktes Q von der Ebene E mit der Hesseschen Normalform. Gib das Ergebnis exakt an.

**1)** $E: x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 11, \quad Q(-4 \mid 3 \mid -4) =$ _____

**2)** $E: 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = -4, \quad Q(-1 \mid 2 \mid -1) =$ _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(8|0|0), B(0|8|0) und C(0|0|4) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

**1)** Wie groß ist die Fläche des Segels? (in $m^2$, 2 Stellen) (3 P.) _____

**2)** Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

**3)** Ein senkrechter Mast steht in $P(4|2|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

**4)** Wie weit ist die Hausecke $O$ vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Analytische Geometrie

## Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

1) $d(A, B)$ für $A(4 \mid -4 \mid 5)$, $B(-7 \mid 6 \mid 3) = 15$

2) $d(A, B)$ für $A(-4 \mid -3 \mid -2)$, $B(-2 \mid -1 \mid -1) = 3$

## Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

1) $(6 \mid 3 \mid 3) \cdot (-1 \mid 1 \mid -6) = -21$

2) $(5 \mid -2 \mid -2) \cdot (6 \mid -1 \mid -6) = 44$

3) $(3 \mid 1 \mid 6) \cdot (4 \mid 2 \mid -5) = -16$

## Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

1) $\vec{x} = (5 \mid 3 \mid -1) + t \cdot (-7 \mid -6 \mid 3)$

## Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

1) $(-5 \mid 5 \mid 0) \times (3 \mid 5 \mid 3) = (15 \mid 15 \mid -40)$

## Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

1) $\det \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = -22$

2) $\det \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} = 3$

## Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

1) $E: x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 11, \quad Q(-4 \mid 3 \mid -4) = d = \frac{29}{3}$

2) $E: 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = -4, \quad Q(-1 \mid 2 \mid -1) = d = \frac{1}{7}$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \\ 64 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{6144} \approx 39{,}19\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{64}{\sqrt{6144}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

3) $\frac{x}{8} + \frac{y}{8} + \frac{z}{4} = 1$ mit $x = 4,\ y = 2 \Rightarrow S(4 \mid 2 \mid 1)$

4) $d = \frac{|32 \cdot 0 + 32 \cdot 0 + 64 \cdot 0 - 256|}{\sqrt{6144}} \approx 3{,}27\,\text{m}$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 42 | ab 40 | ab 38 | ab 36 | ab 33 | ab 31 | ab 29 | ab 27 | ab 25 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |