Probe-Klausur Analytische Geometrie

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 44 Note: ____

Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

Der Betrag ist die Länge eines Vektors: die Wurzel aus $x^2 + y^2 + z^2$. Der Abstand zweier Punkte ist der Betrag ihres Verbindungsvektors. Gib Wurzeln exakt an.

1) $d(A, B)$ für $A(-2 \mid 2 \mid -2)$, $B(-1 \mid -2 \mid -10)$ = _____

2) $d(A, B)$ für $A(-5 \mid -5 \mid 1)$, $B(5 \mid -3 \mid -10)$ = _____

Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid -5 \mid 3) \cdot (1 \mid -5 \mid 0)$ = _____

2) $(-4 \mid 0 \mid 2) \cdot (2 \mid 5 \mid -1)$ = _____

3) $(-5 \mid 3 \mid 4) \cdot (3 \mid 5 \mid -3)$ = _____

Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

Stelle eine Gleichung der Geraden durch A und B auf. Schreibe sie so: (1|2|3) + t·(4|5|6).

1) $A(2 \mid 5 \mid -5)$, $B(-3 \mid 2 \mid 2)$

Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

Kreuzprodukt von a = (a1 | a2 | a3) und b = (b1 | b2 | b3): (a2·b3 - a3·b2 | a3·b1 - a1·b3 | a1·b2 - a2·b1). Der Betrag des Kreuzprodukts ist der Flächeninhalt des Parallelogramms aus a und b, das Dreieck ist halb so groß.

1) $(0 \mid 0 \mid -5) \times (5 \mid -3 \mid -5)$ = _____

Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

Berechne die Determinante. 2×2: Hauptdiagonale mal minus Nebendiagonale mal. 3×3: Regel von Sarrus.

1) $\det\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix} =$ _____

2) $\det\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} =$ _____

Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

Berechne den Abstand des Punktes Q von der Ebene E mit der Hesseschen Normalform. Gib das Ergebnis exakt an.

1) $E: 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 11, \quad Q(0 \mid 5 \mid 3) =$ _____

2) $E: x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 6, \quad Q(4 \mid 3 \mid 4) =$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein dreieckiges Sonnensegel ist an den Punkten A(12|0|0), B(0|12|0) und C(0|0|12) befestigt (Angaben in Metern). Der Boden ist die x-y-Ebene, der Ursprung O ist die Hausecke. Tipp: Den Normalenvektor des Segels bekommst Du mit dem Kreuzprodukt AB × AC. Der Winkel zum Boden ist der Winkel zwischen diesem Normalenvektor und der z-Achse.

1) Wie groß ist die Fläche des Segels? (in m^2, 2 Stellen) (3 P.) _____

2) Unter welchem Winkel ist das Segel gegen den Boden geneigt? (2 Stellen) (3 P.) _____

3) Ein senkrechter Mast steht in $P(6|3|0)$. In welchem Punkt trifft er das Segel? (2 P.) _____

4) Wie weit ist die Hausecke O vom Segel entfernt? (2 Stellen) (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Analytische Geometrie

Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

1) $d(A, B)$ für $A(-2 \mid 2 \mid -2),\ B(-1 \mid -2 \mid -10) = 9$

2) $d(A, B)$ für $A(-5 \mid -5 \mid 1),\ B(5 \mid -3 \mid -10) = 15$

Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

1) $(-3 \mid -5 \mid 3) \cdot (1 \mid -5 \mid 0) = 22$

2) $(-4 \mid 0 \mid 2) \cdot (2 \mid 5 \mid -1) = -10$

3) $(-5 \mid 3 \mid 4) \cdot (3 \mid 5 \mid -3) = -12$

Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

1) $\vec{x} = (2 \mid 5 \mid -5) + t \cdot (-5 \mid -3 \mid 7)$

Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

1) $(0 \mid 0 \mid -5) \times (5 \mid -3 \mid -5) = (-15 \mid -25 \mid 0)$

Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

1) $\det \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix} = -25$

2) $\det \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} = -16$

Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

1) $E: 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 11, \quad Q(0 \mid 5 \mid 3) = d = \frac{17}{7}$

2) $E: x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 6, \quad Q(4 \mid 3 \mid 4) = d = \frac{14}{3}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 144 \\ 144 \\ 144 \end{pmatrix}, \quad A = \frac{1}{2}\sqrt{62208} \approx 124{,}71\,\text{m}^2$

2) $\cos\alpha = \frac{144}{\sqrt{62208}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

3) $\frac{x}{12} + \frac{y}{12} + \frac{z}{12} = 1$ mit $x = 6,\ y = 3 \Rightarrow S(6 \mid 3 \mid 3)$

4) $d = \frac{|144 \cdot 0 + 144 \cdot 0 + 144 \cdot 0 - 1728|}{\sqrt{62208}} \approx 6{,}93\,\text{m}$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 42	ab 40	ab 38	ab 36	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 25	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0