# Probe-Klausur Analytische Geometrie

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 44 Note: ____

## Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

Der Betrag ist die Länge eines Vektors: die Wurzel aus $x^2 + y^2 + z^2$. Der Abstand zweier Punkte ist der Betrag ihres Verbindungsvektors. Gib Wurzeln exakt an.

1) $d(A, B)$ für $A(5 \mid 0 \mid 3)$, $B(1 \mid -8 \mid -5)$ = _____

2) $d(A, B)$ für $A(3 \mid 1 \mid -5)$, $B(7 \mid 8 \mid -1)$ = _____

## Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(-3 \mid -2 \mid 5) \cdot (3 \mid 3 \mid 6)$ = _____

2) $(6 \mid 3 \mid 4) \cdot (-3 \mid -2 \mid -5)$ = _____

3) $(-4 \mid -2 \mid -6) \cdot (1 \mid -5 \mid 4)$ = _____

## Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

Stelle eine Gleichung der Geraden durch A und B auf. Schreibe sie so: (1|2|3) + t·(4|5|6).

1) $A(-1 \mid 3 \mid -5)$, $B(-5 \mid -5 \mid 2)$

## Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

Kreuzprodukt von a = (a1 | a2 | a3) und b = (b1 | b2 | b3): (a2·b3 - a3·b2 | a3·b1 - a1·b3 | a1·b2 - a2·b1). Der Betrag des Kreuzprodukts ist der Flächeninhalt des Parallelogramms aus a und b, das Dreieck ist halb so groß.

1) $(-1 \mid 2 \mid -2) \times (-5 \mid 3 \mid -4)$ = _____

## Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

Berechne die Determinante. 2×2: Hauptdiagonale mal minus Nebendiagonale mal. 3×3: Regel von Sarrus.

**1)** $\det\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} =$ _____

**2)** $\det\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} =$ _____

## Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

Berechne den Abstand des Punktes Q von der Ebene E mit der Hesseschen Normalform. Gib das Ergebnis exakt an.

**1)** $E: 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -7, \quad Q(-2 \mid 5 \mid 0) =$ _____

**2)** $E: 4x_1 + 3x_2 = 2, \quad Q(1 \mid 0 \mid -4) =$ _____

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(8|0|0), C(8|8|0), D(0|8|0) und S(4|4|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

**1)** Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**2)** Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

**3)** Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

**4)** Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

# Lösungen: Probe-Klausur Analytische Geometrie

## Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

1) $d(A, B)$ für $A(5 \mid 0 \mid 3)$, $B(1 \mid -8 \mid -5) = 12$

2) $d(A, B)$ für $A(3 \mid 1 \mid -5)$, $B(7 \mid 8 \mid -1) = 9$

## Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

1) $(-3 \mid -2 \mid 5) \cdot (3 \mid 3 \mid 6) = 15$

2) $(6 \mid 3 \mid 4) \cdot (-3 \mid -2 \mid -5) = -44$

3) $(-4 \mid -2 \mid -6) \cdot (1 \mid -5 \mid 4) = -18$

## Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

1) $\vec{x} = (-1 \mid 3 \mid -5) + t \cdot (-4 \mid -8 \mid 7)$

## Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

1) $(-1 \mid 2 \mid -2) \times (-5 \mid 3 \mid -4) = (-2 \mid 6 \mid 7)$

## Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

1) $\det \begin{pmatrix} -5 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = -4$

2) $\det \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} = -12$

## Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

1) $E: 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = -7, \quad Q(-2 \mid 5 \mid 0) = d = \frac{12}{7}$

2) $E: 4x_1 + 3x_2 = 2, \quad Q(1 \mid 0 \mid -4) = d = \frac{2}{5}$

## Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} \approx 6{,}93\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 4 = 85{,}33\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{48}} \Rightarrow \alpha \approx 35{,}26^\circ$

4) $M\left(\frac{8+4}{2} \mid \frac{0+4}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(6 \mid 2 \mid 2)$

### Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

| 15 P. | 14 P. | 13 P. | 12 P. | 11 P. | 10 P. | 9 P. | 8 P. | 7 P. | 6 P. | 5 P. | 4 P. | 3 P. | 2 P. | 1 P. | 0 P. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ab 42 | ab 40 | ab 38 | ab 36 | ab 33 | ab 31 | ab 29 | ab 27 | ab 25 | ab 22 | ab 20 | ab 18 | ab 15 | ab 12 | ab 9 | ab 0 |