Probe-Klausur Analytische Geometrie

Name: _____ Datum: _____

Bearbeitungszeit: 90 Minuten Punkte: _____ von 44 Note: ____

Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

Der Betrag ist die Länge eines Vektors: die Wurzel aus $x^2 + y^2 + z^2$. Der Abstand zweier Punkte ist der Betrag ihres Verbindungsvektors. Gib Wurzeln exakt an.

1) $d(A, B)$ für $A(2 \mid 4 \mid 1)$, $B(-4 \mid -5 \mid 3)$ = _____

2) $d(A, B)$ für $A(1 \mid -5 \mid -2)$, $B(-11 \mid 4 \mid -10)$ = _____

Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

Skalarprodukt: Multipliziere die Koordinaten paarweise und addiere die Produkte. Zwei Vektoren sind orthogonal (senkrecht zueinander), wenn ihr Skalarprodukt 0 ist. Winkel auf zwei Nachkommastellen runden.

1) $(5 \mid -6 \mid 0) \cdot (-5 \mid -4 \mid 1)$ = _____

2) $(-1 \mid 4 \mid -5) \cdot (-3 \mid 1 \mid -1)$ = _____

3) $(2 \mid 0 \mid -4) \cdot (2 \mid -6 \mid -6)$ = _____

Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

Stelle eine Gleichung der Geraden durch A und B auf. Schreibe sie so: (1|2|3) + t·(4|5|6).

1) $A(1 \mid -5 \mid -1)$, $B(-2 \mid -3 \mid 0)$

Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

Kreuzprodukt von a = (a1 | a2 | a3) und b = (b1 | b2 | b3): (a2·b3 - a3·b2 | a3·b1 - a1·b3 | a1·b2 - a2·b1). Der Betrag des Kreuzprodukts ist der Flächeninhalt des Parallelogramms aus a und b, das Dreieck ist halb so groß.

1) $(1 \mid -2 \mid 0) \times (-4 \mid 0 \mid -4)$ = _____

Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

Berechne die Determinante. 2×2: Hauptdiagonale mal minus Nebendiagonale mal. 3×3: Regel von Sarrus.

1) $\det\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ _____

2) $\det\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} =$ _____

Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

Berechne den Abstand des Punktes Q von der Ebene E mit der Hesseschen Normalform. Gib das Ergebnis exakt an.

1) $E: x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \quad Q(5 \mid 3 \mid -4) =$ _____

2) $E: 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 7, \quad Q(2 \mid 5 \mid 4) =$ _____

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

Ein Zelt hat die Form einer Pyramide mit quadratischem Boden ABCD und Spitze S: A(0|0|0), B(4|0|0), C(4|4|0), D(0|4|0) und S(2|2|4). Eine Längeneinheit ist 1 m. Tipp: Eine Kante ist ein Vektor – ihre Länge ist sein Betrag.

1) Wie lang ist die Kante $\overline{AS}$? (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

2) Wie groß ist das Volumen des Zelts? (2 P.) _____

3) Neigungswinkel der Kante *AS* gegen den Boden (auf 2 Stellen runden) (3 P.) _____

4) Mittelpunkt *M* der Kante *BS* (2 P.) _____

Lösungen: Probe-Klausur Analytische Geometrie

Aufgabe 1: Betrag eines Vektors (je 2 P.)

1) $d(A, B)$ für $A(2 \mid 4 \mid 1)$, $B(-4 \mid -5 \mid 3) = 11$

2) $d(A, B)$ für $A(1 \mid -5 \mid -2)$, $B(-11 \mid 4 \mid -10) = 17$

Aufgabe 2: Skalarprodukt und Winkel (je 3 P.)

1) $(5 \mid -6 \mid 0) \cdot (-5 \mid -4 \mid 1) = -1$

2) $(-1 \mid 4 \mid -5) \cdot (-3 \mid 1 \mid -1) = 12$

3) $(2 \mid 0 \mid -4) \cdot (2 \mid -6 \mid -6) = 28$

Aufgabe 3: Gerade durch zwei Punkte (3 P.)

1) $\vec{x} = (1 \mid -5 \mid -1) + t \cdot (-3 \mid 2 \mid 1)$

Aufgabe 4: Kreuzprodukt (2 P.)

1) $(1 \mid -2 \mid 0) \times (-4 \mid 0 \mid -4) = (8 \mid 4 \mid -8)$

Aufgabe 5: Determinanten (je 3 P.)

1) $\det \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 4$

2) $\det \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = 12$

Aufgabe 6: Abstand Punkt–Ebene (je 5 P.)

1) $E: x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \quad Q(5 \mid 3 \mid -4) = d = 0$

2) $E: 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 7, \quad Q(2 \mid 5 \mid 4) = d = \frac{6}{7}$

Aufgabe 7: Anwendungsaufgabe (10 P.)

1) $|\overrightarrow{AS}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{24} \approx 4{,}9\,\text{m}$

2) $V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = 21{,}33\,\text{m}^3$

3) $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{24}} \Rightarrow \alpha \approx 54{,}74^\circ$

4) $M\left(\frac{4+2}{2} \mid \frac{0+2}{2} \mid \frac{0+4}{2}\right) = M(3 \mid 1 \mid 2)$

Notenschlüssel (Vorschlag – Deine Schule kann andere Grenzen haben)

15 P.	14 P.	13 P.	12 P.	11 P.	10 P.	9 P.	8 P.	7 P.	6 P.	5 P.	4 P.	3 P.	2 P.	1 P.	0 P.
ab 42	ab 40	ab 38	ab 36	ab 33	ab 31	ab 29	ab 27	ab 25	ab 22	ab 20	ab 18	ab 15	ab 12	ab 9	ab 0