Spickzettel: Funktionen

Lineare Funktionen

Gleichung

$f(x) = mx + b$

m = Steigung, b = y-Achsenabschnitt

Steigung

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Punkt-Steigungs-Form

$y = m(x - x_1) + y_1$

Nullstelle

$x_0 = -\frac{b}{m}$

Parallel und senkrecht

$m_1 = m_2 \qquad m_1 \cdot m_2 = -1$

Schnittpunkt zweier Geraden

$2x + 1 = -x + 7 \;\Rightarrow\; x = 2,\; y = 5$

gleichsetzen, x in eine Gleichung einsetzen

Gerade durch zwei Punkte

$P(1 \mid 3),\; Q(3 \mid 7):\; m = 2,\; b = 1$

erst m, dann b mit einem Punkt

Quadratische Funktionen

Scheitelpunktform

$f(x) = a(x - d)^2 + e$

S(d | e)

Allgemeine Form

$f(x) = ax^2 + bx + c$

Scheitel bei x = –b/(2a)

Nullstellen

$ax^2 + bx + c = 0$

pq- oder abc-Formel

Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktion

Potenzfunktion

$f(x) = a \cdot x^n$

n gerade: achsensymmetrisch, n ungerade: punktsymmetrisch

Hyperbel

$f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$

Asymptoten: beide Achsen

Wurzelfunktion

$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad (x \geq 0)$

Exponentialfunktion

$f(x) = a \cdot b^x$

b > 1 Wachstum, 0 < b < 1 Zerfall

e-Funktion

$f(x) = e^{kx} \qquad e \approx 2{,}718$

Halbwertszeit

$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 0{,}5}{\ln b} \qquad T_2 = \frac{\ln 2}{\ln b}$

Logarithmus

$f(x) = \log_b(x)$ ist die Umkehrung von b^x

Trigonometrische Funktionen

Allgemeine Sinusfunktion

$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$

Amplitude |a|, Periode 2pi/b

Bogenmaß

$x = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot \pi \qquad 90^\circ = \frac{\pi}{2}$

Wichtige Werte

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \quad \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Zusammenhang

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Verschieben, Strecken, Spiegeln

Verschieben

$f(x - c) + d$

c nach rechts, d nach oben

Strecken

$a \cdot f(x) \qquad f(b \cdot x)$

a: in y-Richtung, b: in x-Richtung (Faktor 1/b)

Spiegeln

$-f(x) \qquad f(-x)$

an der x-Achse bzw. an der y-Achse

Eigenschaften

Achsensymmetrie

$f(-x) = f(x)$

zur y-Achse

Punktsymmetrie

$f(-x) = -f(x)$

zum Ursprung

Umkehrfunktion

$y = f(x)$ nach x auflösen, x und y tauschen

Graph an y = x spiegeln

Ganzrationale Funktion

$f(x) = a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0$

Verhalten im Unendlichen bestimmt a_n xn

Definitionsmenge

$\frac{1}{x}:\; x \neq 0 \qquad \sqrt{x}:\; x \geq 0 \qquad \ln x:\; x > 0$