Spickzettel: Terme und Gleichungen

Terme

Zusammenfassen
$3x + 5 - x + 2 = 2x + 7$
nur gleichartige Glieder

Produkte
$3a \cdot 4b = 12ab \qquad x \cdot x = x^2$

Ausmultiplizieren
$a(b + c) = ab + ac \qquad -2(x - 3) = -2x + 6$

Minus vor der Klammer
$-(a - b) = -a + b$
alle Vorzeichen in der Klammer drehen

Zwei Klammern
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Ausklammern
$6x^2 - 9x = 3x(2x - 3)$

1. binomische Formel
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. binomische Formel
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. binomische Formel
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Potenzen im Term
$a^2 \cdot a^3 = a^5 \qquad (2x)^2 = 4x^2$

Wert eines Terms
$2x^2 - 3$ für $x = -2$: $2 \cdot 4 - 3 = 5$
negative Zahlen in Klammern einsetzen

Lineare Gleichungen

Äquivalenzumformung
auf beiden Seiten dasselbe tun
plus, minus, mal und durch (nicht 0)

Schema
$3x + 4 = 19 \mid -4 \Rightarrow 3x = 15 \mid :3 \Rightarrow x = 5$

Klammern zuerst
$2(x - 1) = x + 4 \Rightarrow 2x - 2 = x + 4 \Rightarrow x = 6$

Probe
$2(6 - 1) = 10 = 6 + 4$ (stimmt)
Lösung in die Ausgangsgleichung einsetzen

Sonderfälle
$0 = 5$: $L = \varnothing \qquad 0 = 0$: $L = \mathbf{R}$
keine bzw. jede Zahl ist Lösung

Ungleichungen

Umformen
$-2x < 6 \mid :(-2) \Rightarrow x > -3$
mal/durch negative Zahl: Zeichen umdrehen

Lösungsmenge
$L = \{x \mid x > -3\}$
alle Zahlen größer als –3

Bruch- und Wurzelgleichungen

Definitionsmenge
$\frac{3}{x-2} = 1$: $D = \mathbf{R}$ ohne {2}
Nenner darf nicht 0 werden

Mit Hauptnenner malnehmen
$\frac{3}{x-2} = 1 \mid \cdot(x - 2) \Rightarrow 3 = x - 2 \Rightarrow x = 5$

Wurzel isolieren, quadrieren
$\sqrt{x + 3} = 5 \Rightarrow x + 3 = 25 \Rightarrow x = 22$

Probe ist Pflicht
$\sqrt{x} = -2$ hat keine Lösung
Quadrieren kann Scheinlösungen erzeugen

Betragsgleichung
$|x - 2| = 3 \Rightarrow x - 2 = 3$ oder $x - 2 = -3$
x = 5 oder x = –1

Formeln umstellen

Gegenoperation
$+ \Leftrightarrow -, \quad \cdot \Leftrightarrow :, \quad x^2 \Leftrightarrow \sqrt{x}$
die Rechnung um die gesuchte Größe rückwärts auflösen

Beispiel
$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v} \qquad v = \frac{s}{t}$

Mit Bruch
$A = \frac{g \cdot h}{2} \Rightarrow h = \frac{2A}{g}$

Mit Quadrat
$E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

Gleichungssysteme

Einsetzungsverfahren
$y = 2x - 1$ in die andere Gleichung einsetzen

Gleichsetzungsverfahren
$y = 2x - 1,\ y = -x + 5 \Rightarrow 2x - 1 = -x + 5$

Additionsverfahren
Gleichungen so malnehmen, dass beim Addieren eine Variable wegfällt

Lösbarkeit
eine, keine oder unendlich viele Lösungen
Geraden schneiden sich, sind parallel oder gleich