Spickzettel: Zahlen, Potenzen und Wurzeln

Zahlen und Teiler

Zahlenmengen

$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$

natürliche, ganze, rationale, reelle Zahlen

Teilbarkeitsregeln

2 : letzte Ziffer gerade 3, 9 : Quersumme 5 : Endziffer 0, 5

Weitere Regeln

4 : letzte zwei Ziffern 6 : durch 2 und 3 10 : Endziffer 0

Primzahlen

$2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29, \ldots$

genau zwei Teiler: 1 und sich selbst

Primfaktorzerlegung

$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

ggT und kgV

$\mathrm{ggT}(12, 18) = 6 \qquad \mathrm{kgV}(12, 18) = 36$

ggT · kgV = a · b

Negative Zahlen

$(-) \cdot (-) = (+) \qquad 3 - (-5) = 3 + 5 = 8$

Betrag

$|-7| = 7$

Abstand zur 0

Quadratzahlen

$11^2 = 121,\ 12^2 = 144,\ 13^2 = 169,\ 15^2 = 225,\ 25^2 = 625$

Potenzen

Potenz

$a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$

n Faktoren

Multiplizieren und Dividieren

$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Potenzieren

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Gleiche Exponenten

$a^n \cdot b^n = (ab)^n \qquad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Null und negativ

$a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Zehnerpotenzen

$4{,}5 \cdot 10^6 = 4\,500\,000 \qquad 3 \cdot 10^{-4} = 0{,}0003$

Vorsätze

$\mathrm{k} = 10^3,\ \mathrm{M} = 10^6,\ \mathrm{G} = 10^9 \quad \mathrm{m} = 10^{-3},\ \mu = 10^{-6},\ \mathrm{n} = 10^{-9}$

Wurzeln

Quadratwurzel

$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a \quad (b \geq 0)$

Als Potenz

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \qquad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Wurzelgesetze

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \qquad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Teilweise Wurzel ziehen

$\sqrt{72} = \sqrt{36 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$

Nenner rational machen

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Achtung

$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Logarithmen

Definition

$\log_a(b) = x \Leftrightarrow a^x = b$

Gesetze

$\log(uv) = \log u + \log v \quad \log\frac{u}{v} = \log u - \log v \quad \log u^r = r \log u$

Basiswechsel

$\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$

Exponentialgleichung

$2^x = 10 \Rightarrow x = \frac{\ln 10}{\ln 2} \approx 3{,}32$

Zahlensysteme

Dualsystem

$1011_2 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 = 11$

Hexadezimal

$2\mathrm{F}_{16} = 2 \cdot 16 + 15 = 47$

Römische Zahlen

I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000

IV = 4, IX = 9